

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Óptica



TESIS DOCTORAL

Inestabilidades en láseres de estado sólido y gran apertura

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Miguel Odín Soler Rus

Directores

José Manuel Guerra Pérez

Eduardo Cabrera Granado

Madrid, 2016

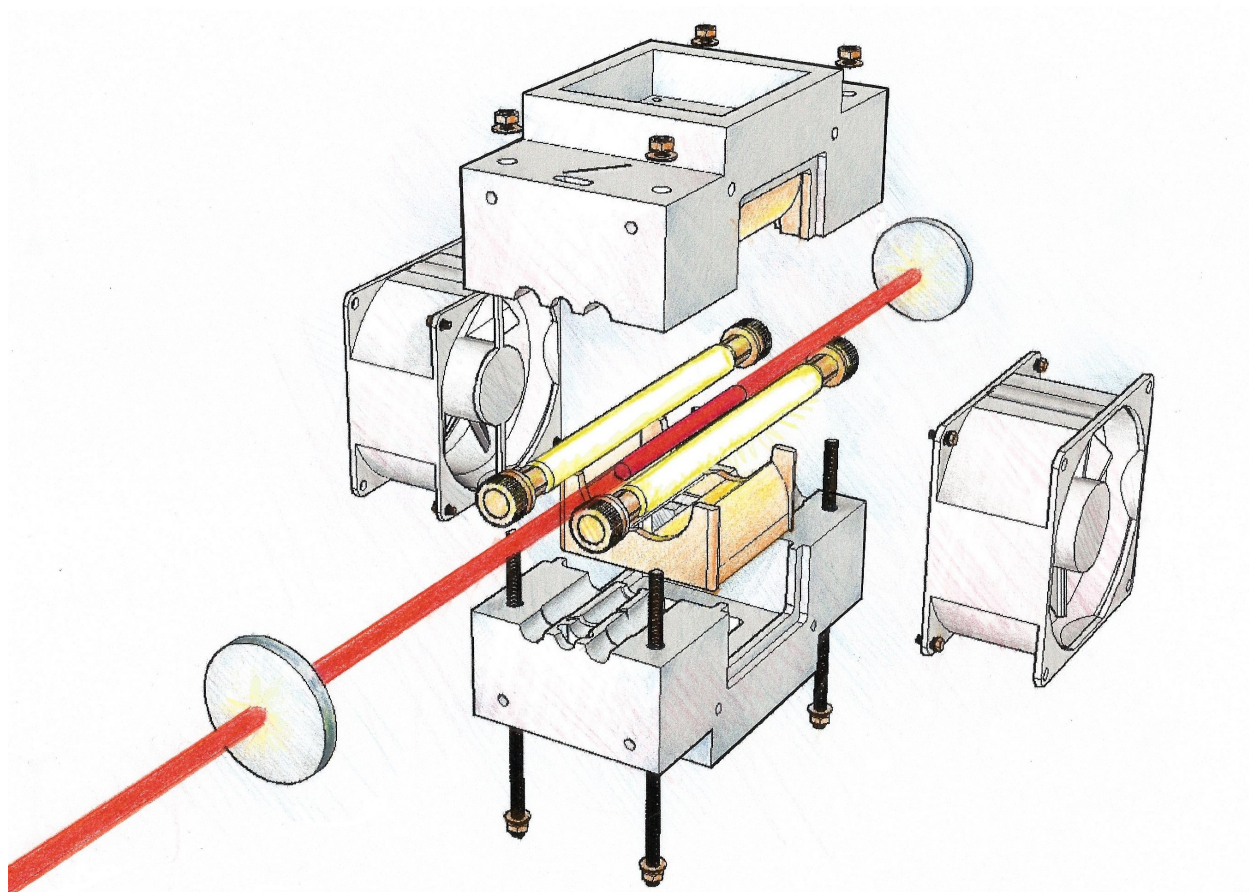


UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

Facultad de Ciencias Físicas
Departamento de Óptica

INESTABILIDADES EN LÁSERES DE ESTADO SÓLIDO Y GRAN APERTURA

M. Odín Soler Rus



Memoria de tesis doctoral dirigida por
Dr. J.M. Guerra Pérez y Dr. E. Cabrera Granado

Madrid, 2015

A mis padres.

Agradecimientos

Entiendo esta tesis como la (hasta ahora) última etapa de un camino que he recorrido gracias a la ayuda de muchísima gente. Mencionarles a todos y explicar todas las maneras que han encontrado para ayudarme requeriría una extensión mayor que la de la propia tesis, así que me tengo que conformar con llenar las tres siguientes páginas con un resumen muy parcial, fragmentario e injusto. Estáis avisados.

Los primeros pasos fueron muy fáciles para mí, pero no tanto para quienes me tuvieron que llevar en brazos (a menudo mientras forcejeaba). Con mucha inteligencia, muchísimo esfuerzo y sobre todo con cantidades ingentes de paciencia mis padres consiguieron no sólo convertirme en una persona aproximadamente soportable y generalmente educada: también lograron convencerme en el proceso de que algún día quiero llegar a ser lo que ellos son. Les admiro tanto que tratar de explicarlo sería excesivamente vergonzoso para ellos y para quien me lea. A mí, por supuesto, me daría igual: estoy tan orgulloso de mis padres que me es imposible no presumir de ello y de ellos. Muchas gracias por todo, por haberme marcado con vuestro ejemplo y sobre todo muchas gracias por mi hermano. Álvar, lo que vale para ellos vale también para ti; de algún modo que casi viola el continuo espacio-tiempo tú también has hecho muchísimo por educarme. Has sido el mejor compañero de litera, de infancia y de piso que podría desear. A los tres, en conjunto, no sólo os corresponde casi todo el mérito por las cosas buenas que soy, sino que además os toca una parte insignificante de culpa por las malas. Muchas gracias por ser gente tan fácil de querer.

Alrededor de este núcleo familiar han orbitado crecientes constelaciones formadas por abuelos, tíos, primas y familiares de diverso grado que siempre me han hecho sentir querido, especial y afortunado. Cuando hablo de familiares, por cierto, las líneas de sangre se me vuelven borrosas. Algunos de los mejores amigos de mis padres tienen mucha culpa de que hoy en día yo esté a un par de golpes de piolet de coronar esta cima; de ningún modo podría darles las gracias en otro apartado. Podría pasarme las próximas cien páginas hablando de los libros, las películas, la música y los ánimos con los que este entorno me ha nutrido, pero como todos sois muy conscientes de la parte que os toca me conformaré con mencionar un episodio que pocos conocéis. Recuerdo con la nitidez engañosa que tiene la memoria revivida muchas veces la primera vez que vi cómo mi abuelo Alejandro desmontaba una radio para arreglarla. No entendía muy bien qué cacharreaba dentro de aquella máquina, tocando piezas diminutas de colores y soltando y apretando tornillos, pero sí comprendí inmediatamente que yo quería hacer lo que él estaba haciendo, fuera lo que fuese. Desde aquel momento he querido comprender cómo funcionan las cosas, saber por qué dejan de hacerlo, aprender a arreglarlas e, incluso, a construirlas. Aquello ocurrió, más o menos, hace 25 años. Esa chispa que prendió mi abuelo dentro de mí todavía no se ha apagado; espero de todo corazón que no lo haga jamás.

Nunca hablé con él de este regalo que me hizo, pero no me cabe duda de que llegó a ser muy consciente de lo que había hecho, aunque no supiera exactamente cómo o cuándo. La radio, por cierto, no volvió a funcionar. Menudo era mi abuelo,

que consiguió encender la chispa soltando el primer tornillo.

Delatados sumariamente ya los responsables de mi educación como persona toca ajustar cuentas con los responsables de mi formación como físico. Desde el colegio hasta el máster un grupo de esforzados profesionales me han atiborrado la cabeza de hechos, leyes, ecuaciones, diagramas de fases. Señalarlos a todos alargaría demasiado este sumario, así que me conformaré con identificar a los cabecillas. José Manuel Guerra me puso en una mano la llave de su laboratorio y en la otra el trabajo académicamente dirigido más hermoso del que he tenido noticia. Con el respeto que siento hacia él sólo rivaliza la complicidad con la que siempre me ha tratado. Muchas gracias por haber confiado en mí y por haberme dado la oportunidad de cumplir este sueño.

Si algún día Eduardo Cabrera necesita construir una catedral, asaltar un banco o desviar un asteroide sabe muy bien que con gusto correré a empezar a pagarle la deuda de esfuerzo y horas de sueño que he contraído con él. Ni mi ritmo irregular, ni mi incapacidad para cumplir mis propios plazos, ni siquiera un cólico biliar han podido conseguir que dejara de ser por un momento un director dedicado, atento y con un sexto sentido para conseguir que las piezas encajen en mi cabeza. Es, hasta donde yo sé, la única persona capaz de digerir en minutos mis insoportables correos de quince páginas, veinte notas al pie y un número sonrojante de errores e insensateces. Ojalá hoy supiera la mitad de la Física que sabía Eduardo cuando leyó su tesis y ojalá algún día pueda devolverle la mitad de todo lo que ha hecho por mí. Muchas gracias por tu apoyo, esfuerzo y paciencia.

No sólo de directores de tesis vive el hombre, especialmente el hombre despistado propenso al tropiezo, aficionado a dar rodeos y entusiasta de la exploración de berenjenales. Durante los años de mayor esfuerzo siempre he podido contar con una colección de madrinas sencillamente espectacular. Muchas gracias a Rosa, Marga, Elena e Isabel por tener una opinión tan buena de mí que no me ha quedado más remedio que tratar de ser lo que parecéis ver. Muchas gracias a Adelia, Teresa, Sonia y María José por haberme hecho sentir tan útil y apreciado que no he tenido más alternativa que confiar en mí mismo. Hablando de berenjenales, sería imperdonable que no dedicara unas líneas a agradecerle a Carlos Romero el haber devuelto a la vida al sistema de vacío con el que pasé más de un año peleando. Sin su ayuda, su pericia, sus consejos y su grasa de vacío jamás habría podido terminar con éxito mis últimos experimentos y todo aquel esfuerzo habría quedado prácticamente en nada. Muchas gracias también a todos a los colegas que estoy dejando fuera a pesar de que os habéis ganado a pulso un sitio en esta lista; sabéis que tengo que mantener mis agradecimientos dolorosamente escuetos porque no cabéis todos. Es un honor haber trabajado codo con codo con todos vosotros; espero haber estado a la altura.

Este doctorado ha sido la última etapa de la parte de mi camino que ha discurrido por Ciudad Universitaria, un tramo que ha supuesto más de un tercio de mi vida. Sin mis amigos de la universidad algún febrero, varios junios y muchos septiembres habrían podido conmigo y hoy no estaría escribiendo estas líneas. Mis compañeros, y sin embargo amigos, me han dado de todo: ejemplo, ánimos, apuntes, plantillas de L^AT_EX, aire fresco en verano, calor en invierno. Nos hemos esforzado juntos y demasiadas veces hemos compartido disgustos, pero sobre todos hemos sabido ser

felices admirando las partes más bellas de la Física que íbamos descubriendo juntos, o riendonos de las más monstruosas. Juntos hemos compartido atisbos de locura, hemos desarrollado cierta inmunidad al café de la facultad (y, por extensión, a la mayor parte de los venenos orgánicos), hemos contado a la vez chistes y antichistes y disfrutado viendo cómo se aniquilaban. No todos los compañeros con los que he tenido la suerte de recorrer este tramo estaban en Físicas; durante los últimos años el rugby entró en mi vida dejándome en el cuerpo y en el alma unas cicatrices que no se borrarán. Quien se ha encerrado en un campo con otros 29 locos sabe lo que significa practicar este deporte, conoce el vínculo que creas con tus compañeros y entiende la gratitud que se siente hacia quien ha introducido este diminuto mundo de barro, sudor y sangre en tu vida.

Fuera del campus también hay vida y la que yo he vivido ha sido envidiable. Ahora mismo no tengo a mano los datos que lo demuestran, pero creedme si digo que he compartido casa, comida y veladas con lo mejor de lo que pasó por Madrid en aquellos años. Habéis sido mi tribu, mi perdición, mis maestros, mis adversarios, mis putos-hermanos. Juntos hemos construido castillos en las nubes y un paraíso pequeño y estridente en pleno Carabanchel. Gracias por llenar mi hogar, mi pecho y mi mente. Muchos ya no vivís en Madrid, pero en su día no me dejasteis más opción que enamorarme de ese lugar *a mitad de camino entre el infierno y el cielo*. Algunos os habéis quedado y por eso siempre merecerá la pena volver.

Cuando a mí también me tocó el turno de marcharme volví a encontrar un hogar en Kiel, Alemania. A esta ciudad vine con el propósito de acabar mi tesis y casi termino grabando mi mejor álbum. He tenido la enorme suerte de encontrar aquí a un grupo de incondicionales cuyo aliento incansable me ha empujado a través del último y larguísimo *sprint* que va muriendo según escribo estas líneas. Muchas gracias por recibirme con los brazos y los corazones abiertos. Tenéis mucha culpa de que el viento del Báltico no haya impedido que esta historia se dirija hacia un final feliz.

Vamos recogiendo, que esto se termina. No puedo evitar la tentación de cerrar el inventario de culpables volviendo al principio, al origen de lo que soy, al lugar de donde vengo. Gracias, segovianos de pura cepa y de adopción, por haber crecido conmigo y por haberme enseñado a soportarme. Sois una colección increíble de gente. Cuando he necesitado de vosotros un árbol cada uno me ha tirado encima un bosque entero. Sois lo mejor de Segovia y habéis hecho que crecer allí merezca mil veces la pena. Muchos sabíais desde hace años que este momento llegaría y me lo habéis recordado cada vez que el miedo, las dudas o el cansancio han estado a punto de tumbarme. A veces ni siquiera eso ha sido suficiente; entonces habéis acudido y me habéis vuelto a poner en pie tirando de mi orgullo, tirando de mi corazón, tirando de mis entrañas cuando no os he dejado más remedio. Gracias.

Te he dejado la última para hacerte rabiar y porque sé que te dará algo de vergüenza. Adriana, para darte las gracias me faltan las palabras y, por supuesto, me sobran los motivos. Sigo sin comprender cómo demonios tengo la suerte de compartir mi vida contigo. Gracias a ti es fácil creer que todas las cosas buenas que soy merecen la pena. Te quiero muchísimo.

Resumen en castellano

En los láseres de gran apertura, en los que la sección del medio activo es mayor que la cintura del haz gaussiano y el número de Fresnel toma valores superiores a la decena, las pérdidas por difracción de los modos transversos de alto orden son relativamente reducidas, por lo que es frecuente que estas soluciones para las ecuaciones de Maxwell-Bloch en aproximación paraxial sean capaces de autoamplificarse y participar en la dinámica transversa.

La interacción no lineal entre modos transversos da lugar a la aparición de distintas inestabilidades espacio-temporales. En los láseres de estado sólido y alta ganancia estos comportamientos frecuentemente coexisten con otras formas de inestabilidad, generándose una dinámica de gran complejidad e interés. En esta memoria se recogen varios trabajos dedicados al estudio de las propiedades dinámicas de un sistema láser de estas características, operado en régimen libre y bombeado mediante dos lámparas de destello alimentadas por un pulso de alta intensidad.

En el primero de estos trabajos se analiza la aparición de modos transversos no ortogonales. Dada la alta similitud entre los patrones experimentales y diferentes familias de modos electromagnéticos transversos (*TEMs* por sus siglas en inglés), definidos para cavidades vacías y régimen de onda continua, es frecuente asumir que propiedades como la ortogonalidad de los modos canónicos son heredadas por los modos experimentales. Sin embargo en nuestro sistema la ortogonalidad no se cumple, como demuestra la persistencia de batidos de modos transversos en el espectro de la potencia total emitida por el láser. El análisis del perfil de fluorescencia inducido por las lámparas de destello en el interior de un medio activo de Nd:YAG, así como la realización de simulaciones numéricas en las que este perfil es modelado en dos casos (uno simétrico y otro con una variación lateral del 10 %) nos permite relacionar la asimetría detectada en el bombeo experimental con la violación de la ortogonalidad en los modos resultantes. Este resultado amplía la lista de fenómenos cuya capacidad para producir la desortogonalización del patrón transversal es conocida.

En el segundo estudio se compara la evolución a lo largo del pulso de emisión de la dinámica transversa sostenida por diferentes medios activos, todos dopados con Nd^{3+} . Como demuestran las medidas de intensidad local y los patrones instantáneos obtenidos, al montarse dentro de un mismo sistema experimental los tres materiales comparados evolucionan de diferente manera en función del tipo de ensanchamiento de su curva de ganancia. A pesar de contar con mecanismos de reparto de inversión de población de muy distinta magnitud, los materiales con ensanchamiento inhomogéneo mantienen una estructura hasta cierto punto ordenada a lo largo de todo el tiempo de emisión, incluso cuando éste se alarga variando la configuración del circuito de bombeo. Por el contrario, el medio con ensanchamiento homogéneo muestra una transición dinámica tras la cual el patrón resultante presenta un aspecto desordenado y una muy baja correlación espacial entre distintos puntos situados a lo ancho del haz.

En el último trabajo se explica la aparición de una modulación de alta frecuencia

(1,6 MHz) en el espectro de intensidad local de nuestro dispositivo experimental. Esta modulación, que no ha sido descrita previamente en dispositivos análogos, está originada por una onda acústica radial y estacionaria inducida en el medio activo por el estallido de las lámparas de destello. La variación lateral de la magnitud de la intensidad de este desdoblamiento concuerda con la forma geométrica esperable en una vibración de esta naturaleza y con la velocidad del sonido en el medio activo. Para confirmar que la modulación aparece cuando la onda de choque creada por la actividad de las lámparas incide sobre el medio activo se comparó el espectro del láser cuando es operado en condiciones normales y cuando lo es en condiciones de vacío (con una presión de menos de 1 mTorr), comprobándose que la ausencia de aire en el interior de la cámara de bombeo inhibe el desdoblamiento.

A pesar del carácter marcadamente experimental de los trabajos recogidos, que han sido realizados empleando un dispositivo experimental construido por el grupo de Física del Láser del Departamento de Óptica de la Universidad Complutense de Madrid, todas las investigaciones están respaldadas por simulaciones numéricas escritas en *C*, en las cuales los resultados experimentales son reproducidos cualitativa y cuantitativamente mediante la integración directa de las ecuaciones de Maxwell-Bloch.

English summary

In broad-area lasers (those where the section of the active medium is greater than the Gaussian beam waist and the Fresnel number takes values higher than ten) diffraction losses of high-order transverse modes are relatively small, so frequently these solutions for the Maxwell-Bloch equations in paraxial approximation are able to self-amplify and participate in transverse dynamics.

The nonlinear interaction between transverse modes gives rise to different spatial-temporal instabilities. In solid-state high-gain lasers these behaviors often coexist with other forms of instability, generating dynamics of great complexity and interest. This dissertation is a compilation of studies on the dynamical properties of such type of laser systems when operated in free regime and pumped by two flash lamps powered by a high intensity pulse.

In the first of these studies the appearance of non-orthogonal transverse modes is analyzed. Given the strong similarity between the experimental patterns and the different families of transverse electromagnetic modes (TEMs), defined for empty cavities and continuous wave operation, it is common to assume that properties like orthogonality of the canonical modes are inherited by experimental ones. However, in our system the orthogonality is not met, as evidenced by the persistence of transverse mode beatings in the spectrum of the total power emitted by the laser. Indeed, we are able to relate the asymmetry detected in the experimental pumping with the violation of orthogonality in the resulting modes by analyzing the fluorescence profile induced by the flash lamps inside an active medium of Nd:YAG and performing numerical simulations, in which this profile is modeled in two cases. This result extends the list of phenomena whose ability to produce non-orthogonality of the transverse pattern is known.

In the second study we compared the transverse dynamics sustained along the laser pulse in different Nd³⁺ doped active media. As local intensity measurements and instantaneous transverse patterns show, when mounted within the same experimental system the three materials compared evolve differently according to the type of broadening of the gain curve. Despite showing very different population inversion redistribution rates, materials with inhomogeneous broadening maintain a somehow orderly structure throughout the emission time, even when it is extended by changing the pumping circuit configuration. On the other hand, in the active medium with homogeneous broadening a dynamic transition is observed. After this transition the resulting pattern has a cluttered appearance and a very low spatial correlation between different points located across the width of the beam.

In the last study the appearance of a high frequency modulation (1.6 MHz) in the local intensity spectrum of our experimental device is explained. This modulation, which has not been previously reported in similar devices, is caused by a radial and stationary acoustic wave induced in the gain medium by the blast of the flash lamps. The variation of the intensity of this splitting across the laser spot is consistent with the expected geometrical shape of such oscillation and with the speed of sound in the active medium. To confirm that the modulation occurs when the shock wave

created by the flashing of the lamps hits the active medium, we compared the laser spectrum when operated under normal and vacuum (less than 1 mTorr) conditions, proving that the absence of air inside the pumping cavity inhibits the splitting.

Despite the strongly experimental nature of the collected works, performed using a laser device built by the Laser Physics Group from the Optics Department of the Universidad Complutense in Madrid, all investigations are supported by numerical simulations written in *C*, being the experimental results are qualitatively and quantitatively reproduced by direct integration of the Maxwell-Bloch equations.

Índice general

Agradecimientos	V
Resumen en castellano	VII
English summary	IX
I Introducción	1
1. Introducción	3
1.1. Historia de una solución en busca de un problema	5
1.2. Lo que las inestabilidades enseñan	8
1.3. Dinámica transversa y armónicos electromagnéticos	9
1.4. Objetivos y estructura de la tesis	13
2. Fundamento Teórico	15
2.1. Introducción	17
2.2. El modelo semiclásico	17
2.2.1. Ecuación de von Neumann para el átomo de 2 niveles	18
2.2.2. Inversión de población y polarización de un láser real	22
Inversión en un láser de 2 niveles	22
Inversión en un láser de 4 niveles	24
Polarización	28
2.2.3. Las ecuaciones de Maxwell-Bloch	28
Ecuación de evolución del campo eléctrico	29
Aproximación de Onda Rotante	30
Aproximación de Amplitud Lentamente Variable	32
Adimensionalización de las ecuaciones	35

Eliminación adiabática de la polarización	38
Curva de estabilidad neutra	39
2.3. Los modos propios de la cavidad	41
2.3.1. Modos longitudinales	42
2.3.2. Modos transversos	45
Modos de Gauss-Hermite	47
Modos de Gauss-Laguerre	49
Modos de Ince-Gauss	49
2.3.3. Frecuencias de los modos completos de la cavidad	52
2.3.4. El número de Fresnel	53
2.4. Desorden e inestabilidades en láseres	56
2.4.1. Inestabilidades en la intensidad de salida	57
Bloqueo de modos	57
Oscilaciones de relajación y <i>spiking</i>	60
Quemado espectral y espacial	61
Oscilaciones de polarización en antifase	64
2.4.2. Dinámica transversa en láseres de gran apertura	65
2.4.3. Evolución de los modos transversos	67
2.5. Implementación del modelo teórico en C	69
3. Montaje Experimental	73
3.1. Introducción	75
3.2. Dispositivo láser	76
Chasis y cámara de bombeo	76
Medio activo	79
Cavidad resonante	80
Alimentación y preionización	81
Refrigeración	82
3.3. Pulso de bombeo	83
3.4. Detección y registro	84
Fotodiodos amplificados	84
Cámara CCD	86
Termopila y tarjetas detectoras	86
Osciloscopios	87

Sincronización y contaminación por radiofrecuencia	87
--	----

II Trabajos Experimentales 89

4. Modos No Ortogonales en Láseres de Gran Apertura 91

4.1. Introducción	93
4.2. Modos reales	95
4.3. Ortogonalidad	98
4.4. Metodología	99
4.5. Resultados	99
4.5.1. Violación de la ortogonalidad en modos experimentales	99
4.6. Conclusiones	102

5. Efecto del tipo de Ensanchamiento en la Dinámica Transversa 105

5.1. Introducción	107
5.2. Ensanchamiento homogéneo	109
5.2.1. Tiempo de vida radiativo	109
5.2.2. Ensanchamiento térmico	111
5.2.3. Ensanchamiento dipolar	111
5.3. Ensanchamiento inhomogéneo	112
5.3.1. Anisotropía de la matriz	114
5.3.2. Paquetes espectrales	115
5.3.3. Relajación cruzada	116
5.4. Metodología	117
5.5. Resultados	119
5.6. Conclusiones	124

6. Acoplamiento Acusto-Óptico en Láseres Pulsados 127

6.1. Introducción	128
6.2. El efecto acusto-óptico	130
6.2.1. Dispersión de Bragg	131
6.2.2. Difracción de Raman-Nath	133
6.2.3. Factores Q , ρ y régimen de dispersión	134
6.3. Efecto de la difracción de Raman-Nath	136

6.4. Ondas radiales en medios cilíndricos	137
6.5. Simulaciones	139
6.6. Supresión del desdoblamiento	140
6.7. Modificaciones al sistema experimental	141
6.7.1. Sistema de vacío	141
6.7.2. Efecto Paschen	142
6.7.3. La campana de vidrio	144
6.7.4. Metodología de adquisición	144
6.8. Resultados experimentales	148
6.9. Conclusiones	150
 III Conclusiones, Apéndices y Bibliografía	 153
 7. Conclusiones Finales	 155
7.1. Conclusiones	157
7.2. Vías de ampliación	159
 A. Superposición de modos	 163
 B. Oscilaciones de relajación	 169
 C. Alineación	 181
 D. Principales propiedades de los medios activos empleados	 189
 E. Índice de Figuras	 193
 Bibliografía	 207

Parte I

Introducción

Capítulo 1

Introducción

El impacto que los láseres han tenido en la tecnología es tan grande que nos deslumbra, haciendo que nos conformemos con explicar su importancia a través de las aplicaciones (sin duda revolucionarias) que esta herramienta nos brinda. Es una tentación comprensible: gracias a dispositivos láser somos capaces de medir, cortar, manipular y transmitir de maneras increíbles, tanto por su velocidad como por su precisión, hace tan sólo unas décadas. Ninguna otra herramienta construida por la humanidad nos permite trabajar en rangos tan grandes de tiempos, potencias o distancias. La monocromaticidad, direccionalidad, coherencia, radiancia y flexibilidad de los dispositivos láser no tiene parangón dentro de nuestra tecnología y, lógicamente, la importancia que ha tenido el láser en nuestras vidas es crucial. Pero, con todo, para explicar cómo los láseres han alterado nuestro mundo no basta con hacer una lista, por pormenorizada que sea, de todas las herramientas, vehículos o sistemas que funcionan gracias a uno de estos dispositivos. El láser no sólo es una de las herramientas más revolucionarias que los humanos hemos construido; también es una de las herramientas que más nos ha enseñado sobre la naturaleza, cambiando radicalmente las técnicas empleadas en prácticamente todas las demás ciencias.

Las aplicaciones que el láser nos ha brindado son espectaculares, pero los secretos de la naturaleza que nos ha permitido comprender son tantos, y tan profundos, que sólo tratar de abarcarlos en un único pensamiento sobrecoge. La inmensa mayoría de los descubrimientos que hoy en día consiguen llegar (aunque sea a codazos) a las primeras páginas de los diarios estarían todavía a muchos avances de distancia si no lleváramos apenas un puñado de décadas construyendo y estudiando láseres.

Sin láser hoy la espectroscopía [1] y la interferometría estarían tuertas [2], los microscopios de fuerza atómica estarían mancos [3] y los condensados de Bose-Einstein seguirían siendo un estado de la materia teórico que podemos imaginar, pero no obtener [4]. La óptica no-lineal y la optoelectrónica vivirían recluidas en los libros de ciencia en forma de estudios teóricos, los metamateriales en las pizarras de las universidades, seguiríamos tratando de agarrar células, vacuolas o polimerasas [5] con pinzas diminutas. Como en su día hizo la electricidad, el láser ha desplazando drásticamente la frontera entre la física teórica y la física aplicada, dejando bastas extensiones de teorías e hipótesis al alcance de nuestros experimentos.

1.1. Historia de una solución en busca de un problema

La historia del láser está acompañada por ese ritmo acelerado tan característico en la historia de la ciencia. Desde el punto de vista teórico, el estudio de los láseres nace con el artículo de 1916 en el que Albert Einstein propuso el mecanismo de emisión estimulada [6]. Este efecto consiste en que los átomos o iones con niveles electrónicos excitados responden a la presencia de un fotón de una energía determinada emitiendo un segundo fotón idéntico al primero. Para que este mecanismo se active se tienen que cumplir una serie de condiciones, siendo la más importante que la energía que pierde el electrón que se desexcita sea la misma que porta el fotón incidente y, por lo tanto, la misma que tendrá el fotón emitido.

En caso de existir, este efecto permitiría construir amplificadores de radiación, dispositivos capaces de multiplicar ondas electromagnéticas de un rango de frecuencias dado. La cuestión es que la emisión estimulada no sólo copia, sino que copia produciendo copias idénticas y coherentes a partir de la señal original. Este aspecto dotaba al mecanismo propuesto de una importancia muy especial, pues inauguraba una nueva generación de dispositivos electromagnéticos menos de 50 años después del *A treatise on electricity and magnetism* [7] de James Clerk Maxwell.

En estas fechas la teoría de la relatividad especial [8] tenía apenas 10 años y la de la relatividad general acaba de ver la luz [9, 10]. La explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico de 1905 [11] había abierto una brecha en el electromagnetismo clásico por la que mecánica cuántica estaba a punto de expandirse, sustituyendo a un paradigma que había costado siglos desarrollar y que de repente se derrumbaba ante la irrupción de unas teorías que cambiarían radicalmente nuestra manera de entender el universo. Había mucho que hacer, que debatir y que experimentar, y la emisión estimulada tuvo que esperar pacientemente su turno.

Tendrían que pasar 12 años hasta que Rudolf Ladenburg obtuviera la primera evidencia¹ del fenómeno de emisión estimulada de la radiación [13], denominada por aquel entonces *absorción o dispersión negativa*, analizando las líneas de absorción y emisión de neón sometido a una descarga eléctrica para excitar sus niveles electrónicos. A partir de este punto, los esfuerzos por obtener un sistema capaz de explotar este mecanismo se intensificaron, así como también lo hizo la atención teórica prestada a este campo. Los éxitos experimentales se hicieron de rogar, pero mientras tanto se fue construyendo un cuerpo teórico sólido y moderno, que aprovechaba la sencillez y familiaridad del electromagnetismo clásico integrándolo con las nuevas formas de hacer física. Este paradigma se denomina *modelo semiclásico* y se explica en la sección 2.2. El uso y estudio de las ondas electromagnéticas se intensificó y a finales de los años cuarenta H.A.H. Boot y J.T. Randall desarrollaron los primeros magnetrones de cavidad [14].

Fue en 1953 cuando, finalmente, Chales H. Townes, James P. Gordon y Herbert J. Zeiger conseguirían construir el primer sistema basado en la emisión estimulada. Este sistema operaba en el rango de las microondas, era incapaz de funcionar de manera continua y recibió el nombre de *MASER*² por estar basado en la amplificación de microondas por emisión estimulada de radiación. Tan sólo un año después Nikolái Básov y Aleksandr Prójorov, que ya habían hecho importantes contribuciones describiendo cómo debería funcionar un dispositivo de estas características, pusieron en marcha un prototipo capaz de emitir en régimen de onda continua. Townes, Básov y Prójorov compartirían el Nobel en Física de 1964.

En 1957, cuatro años después de poner en funcionamiento el primer másér, Townes y su grupo de trabajo centraban sus esfuerzos en un modo de obtener amplifica-

¹Décadas después de las observaciones de Ladenburg se descubriría que este fenómeno ocurre de manera natural en objetos astronómicos. En Marte y Venus, por ejemplo, la radiación solar excita una transición del CO₂ atmosférico que es capaz de amplificar radiación infrarroja. La radiación intensa de algunas estrellas estimula la acción láser en átomos de hidrógeno en nubes de gas interestelares [12].

²*microwave amplification by stimulated emission of radiation*

ción en el espectro visible. Entre ellos se encontraba Gordon Gould, un estudiante de doctorado que, bajo la dirección del ganador del Nobel Polykarp Kusch, trabajaba en una tesis de óptica y espectroscopía rotacional. En noviembre Gould propuso emplear un resonador óptico eficiente, de tipo Fabry-Perot, dentro del cual provocar emisión estimulada coherente. Como los laterales del resonador podrían ser abiertos el problema de bombear el medio activo con luz incoherente se simplificaba en gran manera. Consciente de la importancia de su planteamiento, Gould llevó ante notario su cuaderno de laboratorio, donde bajo el título *Cálculos aproximados sobre la viabilidad de un LASER: amplificación de Luz por Emisión Estimulada de la Radiación* recogía sus propuestas de diseño y algunos cálculos referentes a la viabilidad de un dispositivo de estas características. Comenzaba entonces, sin que él lo supiera, un litigio que se extendería por tres décadas y en el que disputarían hasta 84 patentes, tras el cual sería reconocido como inventor del láser, a pesar de que (para su frustración) no fue el primero en construir uno.

En 1958 Arthur L. Schawlow y Charles H. Townes publicaron *Infrared and Optical masers*, un artículo en el que trataban la extensión de las técnicas máser hasta el infrarrojo o incluso el visible. En él afirmaban que empleando una cavidad resonante de unos cuantos centímetros, de manera que varios modos resonantes cayeran dentro de la curva de ganancia del material, la oscilación máser a esas frecuencias podría ser obtenida a través de un bombeo con una cantidad razonable de luz incoherente [15]. Gould no participó en este artículo, pues abandonó su doctorado para tratar de fabricar un láser porque, erróneamente, creía que para registrar la patente necesitaba fabricar un dispositivo que funcionara. Para ello entró a trabajar en TRG, (*Technical Research Group*), donde no sólo consiguió convencer a sus jefes para tratar de construir el dispositivo, sino que además obtuvo una generosa financiación de la *Advanced Research Projects Agency* (*ARPA*, actualmente *DARPA*), recién creada por el presidente Dwight D. Eisenhower. Para conseguir este apoyo fue determinante el apoyo que le prestó Townes, con quien por aquel entonces todavía mantenía una relación cordial y una colaboración relajada. Esta financiación, sin embargo, supuso un regalo envenenado tanto para Gould como para TRG, pues poco tiempo después de empezar a colaborar con esta agencia dependiente del Departamento de Defensa de los EE.UU. el proyecto fue clasificado y el propio Gould apartado de él a causa de haber sido miembro del Partido Comunista (motivo por el cual ya había sido expulsado del proyecto Manhattan en enero de 1945, antes de empezar sus estudios de posgrado).

El primer láser propiamente dicho, capaz de operar en el espectro de frecuencias visibles, fue el láser de rubí construido en 1960 por Theodore Maiman en el *Hughes Research Laboratory* de California. Como por aquel entonces todavía no se había impuesto el acrónimo LASER, introducido por Gould en una conferencia de 1959 en la Universidad de Michigan [16], este dispositivo fue denominado *máser óptico*. El dispositivo consistía en una barra de rubí con ambos extremos espejados con plata en la que la inversión de población se conseguía empleando una lámpara de descarga. Maiman envió un artículo breve dando cuenta de este hito a *Physical Review Letters*, pero los editores rechazaron su publicación al considerar que, en un momento de saturación de artículos sobre másers y tras publicar, meses antes,

un estudio teórico de Maiman sobre este mismo sistema [17], el nuevo *brief report* no aportaba mucho. Maiman, consciente de la importancia de su descubrimiento, decidió enviar el artículo a *Nature*, donde fue publicado como *Stimulated optical radiation in ruby* [18]. En este artículo, por cierto, Maiman no afirmó haber podido ver el haz láser, pues su dispositivo no permitía que parte de la radiación escapara en forma de haz; la acción láser fue detectada a través del estrecho espectro de emisión del dispositivo.

Tras el revuelo inicial, los láseres pasaron a considerarse, brevemente, como *una solución en busca de problema* [12]. A pesar de que algunos experimentos espectaculares impactaron al gran público (como la medición de la distancia con la Luna en 1969, aprovechando un reflector dejado por astronautas del programa Apollo), los científicos y los ingenieros no estaban realmente preparados para aprovechar el potencial de un descubrimiento tan revolucionario. Sin embargo, el potencial de esta nueva física era suficiente como para atraer grandes cantidades de esfuerzo y atención, y mientras se encontraba *un problema que resolver*, se siguieron estudiando y construyendo nuevos sistemas. Todavía en 1960, Peter Sorokin y Mirek Stevenson consiguieron poner en funcionamiento dos láseres de fluoruro de calcio en el laboratorio de investigación de IBM de Yorkton Heights, Nueva York. Casi de manera simultánea Ali Javan, William Bennett y Donald Herriott consiguieron fabricar el primer láser de He-Ne en los laboratorios Bell [19]. En 1962, Robert Hall y su grupo pondrían en funcionamiento el primer láser de semiconductores en los laboratorios de *General Electric* situados en Schenectady, Nueva York. En 1964, de nuevo en los laboratorios *Bell*, J.E. Geusic, H.M. Marcos y L.G. Van Uitert operaron el primer láser de Nd:YAG [20].

A estas alturas los descubrimientos, patentes y nuevos dispositivos se sucedían a un ritmo difícil de seguir. Para poder seguir contando esta historia es necesario que centremos nuestra atención en el estudio de las inestabilidades que estos nuevos dispositivos presentaban. También que reconozcamos, llegado este punto, que la historia no sólo se acelera, sino que se descompone en multitud de filamentos que luego, en ocasiones, se volverán a cruzar. Tratar de seguir recorriendo un único camino, como hasta ahora, excede con mucho los objetivos de esta introducción y de esta tesis; no nos queda más remedio que abandonar el relato continuo y conformarnos con presentar a quienes serán los actores protagonistas de las investigaciones recogidas en esta memoria.

1.2. Lo que las inestabilidades enseñan

La mayoría de las aplicaciones de los láseres que se idearon durante los primeros años tras su invención precisaban de haces bien focalizados e intensidades constantes (especialmente en el caso de los dispositivos de onda continua). Sin embargo pronto se comprobó que estos sistemas podían presentar de manera natural comportamientos muy complejos, tanto espacial como temporalmente. En este sentido, intensificar el bombeo de los láseres para extraer de ellos más potencia tendía a complicar los comportamientos existentes, además de propiciar la aparición de nuevas inestabili-

dades. Aumentar el tamaño de estos sistemas (concretamente su anchura) también provocaba la aparición de comportamientos muy complejos [21]. Con los años los estudios enfocados a comprender estas irregularidades para inhibirlas condujeron al desarrollo de sistemas más potentes y regulares gracias a la implementación de técnicas de estabilización de la intensidad de salida (basadas, por ejemplo, en la retroalimentación con subarmónicos extraídos de la intensidad de salida [22]), así como también permitieron aprovechar algunos de estos fenómenos para poder construir dispositivos nuevos o para acceder con facilidad a determinadas variables y constantes propias de estos sistemas [23].

Según Kenju Otsuka [24] el pionero en el estudio de estas inestabilidades fue McCumber con sus estudios sobre fluctuaciones en la intensidad de salida [25], en los que predijo la frecuencia de las oscilaciones de relajación de algunos láseres de clase B (en los que la evolución de la polarización puede ser eliminada adiabáticamente). Por estas mismas fechas se observaron importantes variaciones en la dirección de polarización de la radiación emitida por láseres de He-Ne [26].

Un punto de inflexión en la comprensión de estos dispositivos ocurrió en 1975 cuando Haken demostró el isomorfismo entre la hidrodinámica de Lorentz y las ecuaciones semiclásicas del láser [27]. A partir de este punto la visión del láser como un sistema fundamentalmente estable cambió radicalmente. La física del láser pasó a tratarse desde el enfoque de la dinámica no lineal [28], obteniéndose resultados muy interesantes y encontrándose distintas formas de provocar comportamientos genuinamente caóticos en estos sistemas [29]. De hecho este isomorfismo reveló al láser como un espacio experimental adecuado para comprobar predicciones realizadas sobre otros sistemas no lineales más difíciles de controlar (hidrodinámicos, biológicos o químicos) pero regidos por fenómenos que tenían su equivalente dentro de la óptica no lineal. Así, se entendió que los láseres podían ser laboratorios adecuados para reproducir comportamientos interesantes pero experimentalmente inaccesibles en otros sistemas [30].

Por último es preciso mencionar los estudios que han relacionado la presencia de inestabilidades con el tipo de ensanchamiento de la curva de ganancia del medio activo [31,32] o con la presencia de mecanismos de relajación cruzada entre distintos paquetes atómicos [33].

1.3. Dinámica transversa y armónicos electromagnéticos

El campo electromagnético contenido en la cavidad resonante de un dispositivo láser está sujeto a una serie de condiciones que regulan su distribución y, por lo tanto, su frecuencia de oscilación. Por un lado, limitaciones de tipo geométrico impuestas por la cavidad (principalmente por su longitud y la curvatura de los espejos que la cierran) impiden la amplificación de ondas electromagnéticas que no sean capaces de interferir constructivamente con sí mismas [34]. Salvando las distancias,

una forma particularmente evocadora de entender estas soluciones, por analogía con los modos de oscilación resonantes en una cuerda tensa, consiste en identificarlas como armónicos de la parte transversa del campo electromagnético. La colección de soluciones para la ecuación de onda que cumplen la condición de resonancia de una cavidad dada son los modos propios de esa cavidad. La proyección de estas distribuciones tridimensionales del campo electromagnético sobre el plano transversal son denominadas *modos electromagnéticos transversos* [35] o *TEMs* (su acrónimo en inglés) y son cruciales a la hora de estudiar la dinámica transversa en dispositivos como el nuestro. En láseres cuya anchura es suficientemente mayor que la cintura de haz del modo fundamental es frecuente la aparición de modos de alto orden transversal, pues los TEMs de bajo orden, que son más estrechos, *desaprovechan* grandes cantidades de material. En casos más extremos, como en los denominados *láseres de gran apertura*, la descomposición del campo puede dejar de ser abordable en términos de modos de cavidad [36]. A la hora de anticipar la dinámica transversal de un dispositivo un indicador de vital importancia es el número de Fresnel (véase el apartado 2.3.4).

Al igual que las inestabilidades no relacionadas con los patrones transversos, tanto los modos de cavidad como su interacción no lineal gozaron de una intensa atención desde el inicio de la historia del láser. Fox, Kogelnik y Rigrod, entre otros, estudiaron los modos resonantes en máseres [37], los modos en régimen de onda continua en láseres gaseosos como el He-Ne [38] y la manera de aislar modos individuales [39] forzando grandes pérdidas difractivas en algunos puntos del haz empleando filamentos metálicos delgados [40]. Los mecanismos de saturación y la estabilidad de la intensidad de salida también recibieron una importante atención [41]. Por su brevedad, claridad expositiva y capacidad de síntesis algunos artículos y manuales de la primera década tras la invención del láser, como el *Laser beams and resonators* de Kogelnik [34], han envejecido para convertirse simultáneamente en lecturas muy placenteras y en referencias de primer nivel, inmunes al paso del tiempo.

Tras esta primera y entusiasta época la atención dedicada a los patrones transversos no se redujo, sino que siguió aumentando década tras década. La incorporación de los láseres de alta potencia a entornos industriales tuvo mucho que ver con la persistencia de este esfuerzo. El estudio de los patrones transversos en términos de los modos de la cavidad deparó sorpresas de gran interés. Para empezar, incluso un número muy reducido de modos transversos pueden provocar comportamientos de enorme complejidad; en 1985, por ejemplo, D. J. Biswas y G. Harrison [42] mostraron una ruta hacia el caos en un láser de CO₂ cuasi-continuo con tan sólo 2 ó 3 modos transversos. Estudios similares, como por ejemplo los trabajos del grupo de C.O. Weiss en los que se analizan patrones formados por un número reducido de modos, se han sucedido en distintos medios activos y regímenes [43, 44]. A pesar de estos resultados, empero, la transición al caos no puede darse por supuesta incluso en presencia de un gran número de modos, por elevada que sea la complejidad que presenten [30].

La misma naturaleza no lineal que desestabiliza los patrones transversos, dando lugar a comportamientos caóticos o induciendo transiciones a estados desordenados en los que el patrón se disgrega en una colección de filamentos que no mantienen

entre sí relaciones de coherencia, permite la aparición de estructuras localizadas de enorme interés. Durante los años 90 el estudio de los solitones de cavidad y vórtices ópticos permitió importantes avances en la comprensión de la dinámica transversa. A partir de estas investigaciones se empezaron a idear formas de construir sistemas de computación basados en la interacción entre singularidades ópticas. Esta aproximación se basa en la biestabilidad de ambos tipos de estructuras, a partir de la cual se puede implementar una lógica binaria [45]. Posteriormente estudios experimentales en microrresonadores pasivos mostrarían la posibilidad de crear, borrar y desplazar estructuras localizadas combinando el efecto de un haz láser que crea la biestabilidad en el sistema y que permite manipular los solitones de cavidad [46].

Dada la complejidad transversa que desarrollan los dispositivos a partir de determinados valores del número de Fresnel, un modo crucial de obtener información sobre los patrones experimentales ha sido la adquisición de imágenes instantáneas (con tiempos de exposición comparables a los tiempos propios de la evolución de la dinámica transversa). Algunos de los avances más significativos en esta técnica se han producido en láseres de CO_2 [47]. La adquisición de patrones instantáneos ha sido crucial para comprender determinados aspectos del comportamiento de algunos sistemas en los que filamentos distribuidos de manera desordenada a lo ancho del patrón se superponen a lo largo del tiempo componiendo una imagen aparentemente ordenada que enmascara la dinámica rápida subyacente [48].

Dentro del estudio de los modos transversos aparecidos en láseres distingo³, al menos, tres importantes polos de interés que han dirigido las investigaciones en función de unos u otros objetivos. Por un lado, muchas aplicaciones industriales se benefician con la obtención de modos fundamentales tan anchos e intensos como sea posible, pues permiten la focalización de potencias enormes sobre objetivos muy reducidos. Por este motivo una primera motivación sería aprender a controlar los procesos que inestabilizan los modos fundamentales en un láser de gran apertura, provocando la aparición de modos de orden superior, difíciles de focalizar, con una distribución más compleja, menor coherencia espacial y capaces de interferir entre ellos, induciendo la aparición de inestabilidades indeseadas. Un método efectivo consiste en forzar una distribución transversa de pérdidas determinada mediante la introducción de elementos intracavitarios. Para forzar una emisión con un perfil gaussiano se han empleado con éxito absorbentes saturables [49]. Recientemente esta técnica ha evolucionado sustituyendo estos elementos por espejos adaptativos [50] o incluso dispositivos holográficos digitales que permiten escoger un modo de la cavidad, impidiendo la amplificación del resto [51]. Otro método muy eficaz se basa en reinyecciones de fracciones de la radiación láser emitida [52], en ocasiones filtrando esta señal en el espectro de Fourier para aislar el modo que se desea promocionar [53]. Recientemente Liew *et al.* [54] han conseguido amplificar modos individuales en un láser de semiconductor controlando la distribución transversa del bombeo. Estos métodos pueden producir resultados muy buenos, pero implican un aumento de la complejidad de los dispositivos finales.

³Esta descripción es completamente subjetiva y personal; no responde a una distribución real de los equipos o esfuerzos dedicados al estudio del láser, que en absoluto se restringen a perseguir estos *polos* de uno en uno.

El segundo polo se mantiene en la línea de comprender esta dinámica para producir mejores aplicaciones, pero se extiende en el sentido contrario: entender los procesos que conducen a la formación de patrones complejos (en ocasiones incluso desordenados) y explotar las características dinámicas de estas distribuciones de intensidad. Cuando estos patrones son ordenados y responden a geometrías predecibles (como los modos de Gauss-Hermite) o controlables (como las inducidas mediante holografía), podrían permitir la construcción de trampas ópticas sintonizables según las propiedades de las partículas que se desee manipular, estén estas relacionadas con las ciencias de la salud o la síntesis de nuevos materiales mediante inducción óptica [55], o aumentar la resolución de dispositivos de última generación, tales como detectores de ondas gravitacionales [56]; si, por el contrario, presentan filamentación y comportamientos turbulentos, podrían tener importantes aplicaciones en la obtención de números aleatorios mediante generación física directa [57]; en uno y otro caso, podrían ser un laboratorio privilegiado para la experimentación con computación cuántica o para el análisis de sistemas cuánticos de baja dimensionalidad, como los denominados billares bidimensionales [58].

Por último, un tercer atractor de atención se encuentra fuera del horizonte de la búsqueda de aplicaciones (al menos a corto plazo; es de sobra conocida la sorprendente capacidad de cualquier forma de conocimiento científico, por abstracto que nos parezca, de engendrar o mejorar dispositivos, teorías o técnicas de todo tipo). Se trata del interés por comprender este problema físico porque es bello, complejo y difícil de abordar, como (espero) quedará claro tras la lectura de esta memoria. Frecuentemente comenzamos nuestros artículos, libros y tesis justificando la importancia de nuestras investigaciones en términos descarnadamente prácticos: queremos comprender este efecto porque podría servir para hacer esto o esto otro. Empleamos esta coletilla para convencer al lector (sea un alumno, un colega o el editor de una revista que está valorando publicar nuestro artículo) de que lo que viene a continuación merece la pena porque es útil. Es normal y lógico destinar mayores esfuerzos, fondos y atención a las investigaciones que creemos nos permitirán crear mejores dispositivos. Desde determinado punto de vista, que con cierta inocencia entiende la ciencia actual como un esfuerzo colectivo y abierto, compartido entre cientos de miles de profesionales de distintos campos y países, todos tratando de aportar algo al acervo científico de nuestra especie, es incluso altruista. Pero, si nos paramos un momento a pensar en ello, poco tiene que ver con la motivación que nos lleva, como individuos, a dedicar nuestra atención a una tarea u otra, al menos cuando nos vemos libres de presiones urgentes de tipo económico.

Desde luego, cuando decidí comenzar esta tesis no valoré las aplicaciones que se podrían derivar de mis trabajos, sino la cantidad de problemas que iba a tener que afrontar y lo bonito que iba a ser pasarme varios años peleándome con armónicos electromagnéticos, barras de granate y fotones de una longitud de onda que mis ojos ni siquiera pueden ver.

1.4. Objetivos y estructura de la tesis

Esta tesis aborda la dinámica transversa de láseres de gran apertura a través de una serie de trabajos con un fuerte componente experimental. Como el índice de esta publicación revela, hemos prestado especial atención a la evolución de patrones transversos en régimen libre, tratando de relacionar la dinámica observada con propiedades ópticas intrínsecas del medio activo o con el comportamiento de algunas de las piezas que forman nuestro dispositivo láser. El fundamento teórico necesario para abordar estas cuestiones se expone en el capítulo 2, aunque en todos los capítulos del segundo bloque (dedicado a los trabajos experimentales) existen secciones que amplían este contenido común, según las exigencias de cada trabajo. Dada la variedad de fenómenos a partir de los cuales se plantean los experimentos, estos capítulos cuentan además con introducciones que detallan el enfoque que se va a emplear y con secciones que resumen y justifican las conclusiones obtenidas. Para ilustrar algunos aspectos especialmente interesantes se han programado *scripts* sencillos escritos en *C* y en *GNUplot* a partir de las ecuaciones empleadas.

Gracias a una cámara ultra-rápida CCD hemos podido obtener mediciones instantáneas (con tiempos de adquisición de pocos nanosegundos) de los patrones transversos del haz radiado, disfrutando de una resolución suficiente como para resolver las estructuras más pequeñas presentes en nuestro láser. A partir de estas imágenes hemos estudiado la evolución de los modos de cavidad y la aparición, en algunos materiales y bajo determinadas condiciones, de una transición orden-desorden tras la cual el aspecto del patrón cambia radicalmente, abandonando la estructura ordenada basada en TEMs para adoptar un aspecto filamentado y desordenado. También hemos estudiado la aparición de modos no ortogonales en la emisión láser y relacionado su presencia con asimetrías en el bombeo suministrado al medio activo. Nuestras investigaciones relativas a la dinámica transversa a partir de la observación de patrones experimentales se encuentran explicadas en el capítulo 4.

Además hemos estudiado la influencia del tipo de ensanchamiento de la curva de ganancia y de la intensidad de los mecanismos de relajación cruzada entre paquetes espectrales sobre la citada transición dinámica [59], para lo cual hemos empleado diferentes medios activos en un mismo dispositivo láser, operando en régimen libre, pulsado y de gran apertura. Estos análisis (recogidos en el capítulo 5) se han basado en capturas de la distribución transversa de intensidad del haz y en mediciones de su intensidad local y total, a partir de las cuales hemos estudiado los espectros de Fourier de la radiación emitida y llevado a cabo mediciones de correlación a lo ancho del patrón.

Por último, hemos detectado una perturbación en la dinámica local de la intensidad láser y la hemos identificado como un acoplo parasitario entre una onda acústica, estacionaria y radial presente en nuestro medio activo y la luz amplificada en él. Hemos puesto a prueba esta explicación operando el láser en condiciones de vacío (menos de 1 mTorr), para lo cual ha sido necesario modificar diversos componentes del sistema experimental y desarrollar metodologías de trabajo específicas. La exposición detallada de este fenómeno, así como los resultados obtenidos durante su estudio, se encuentran en el capítulo 6.

Hemos combinado estos trabajos experimentales con simulaciones numéricas basadas en un algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden [60] escrito en *C*. Empleando *scripts* adecuados a las condiciones del láser, hemos integrado las ecuaciones diferenciales de Maxwell-Bloch utilizando distintas aproximaciones y condiciones (iniciales y de contorno). Estas simulaciones han conseguido reproducir, cualitativa y cuantitativamente, efectos tales como la desortogonalización de los modos de cavidad al amplificarse en un medio activo asimétricamente bombeado o el desdoblamiento de las líneas espectrales de batido de modos transversos a causa de la presencia de la mencionada onda mecánica de alta frecuencia (1,6 GHz).

Estos trabajos experimentales, en su conjunto, han dado lugar a tres publicaciones [61–63] en revistas de alto impacto. Algunos de estos artículos han abordado más de un tema y todos han sido realizados a partir de un núcleo experimental que será detallado en el capítulo 3 y ampliado en los capítulos en los que sea necesario.

La amplia variedad de técnicas y teorías empleadas para tratar aspectos tan dispares de las inestabilidades espacio-temporales en un sistema como el que nos ocupa precisa de más información de la que es posible exponer de manera uniforme y clara en el capítulo 2. Para solventar este problema al final de esta memoria se incluyen varios anexos que contienen cálculos o descripciones que habrían tenido un mal encaje en un *Fundamento Teórico* que pretende tener un desarrollo gradual y coherente, con el propósito de dar una visión más clara e integrada de los fenómenos estudiados. Siguiendo la máxima de proporcionar toda la información posible sin menguar la capacidad expositiva del texto, en esta sección se han incorporado también tablas con información relativa a los materiales empleados, una versión comentada de los algoritmos empleados en las simulaciones y unos planos detallados del dispositivo experimental empleado.

Capítulo 2

Fundamento Teórico

2.1. Introducción

En general todas las formas de inestabilidad en láseres han sido inicialmente consideradas fenómenos perniciosos y, por lo tanto, el estudio de estos efectos ha estado motivado por el deseo de controlar y suprimir las desviaciones del comportamiento regular. Sin embargo el análisis de algunos aspectos relacionados con estos comportamientos ha permitido profundizar en la comprensión de la dinámica de los láseres, así como desarrollar nuevas aplicaciones, algunas (como los solitones espaciales [64] y los solitones de cavidad o disipativos [65]) con usos potenciales espectaculares (computación cuántica [66] o creación de unidades ópticas de procesamiento [67]).

Las inestabilidades de los láseres pulsados de matriz sólida son fenómenos muy complejos en los que diversos efectos¹ se conjugan para provocar comportamientos que llevan la emisión láser fuera de lo que entendemos como un funcionamiento estable u ordenado. Es difícil estudiar cada uno de estos fenómenos de manera aislada porque lo habitual es que los láseres reales exhiban simultáneamente varias formas de inestabilidad. En esta memoria se recogen investigaciones centradas en distintos efectos, abordados de forma individual. El presente trabajo no pretende, por lo tanto, proporcionar un punto de vista único y completo que aúne la totalidad de fenómenos estudiados, sino profundizar en distintas zonas de este inmenso campo de investigación.

Como el estudio de las distintas facetas de este universo poliédrico aspira a ser coherente y consistente, es imprescindible que se base en unos fundamentos teóricos comunes. Este capítulo describe la base teórica imprescindible para acometer esta tarea. En los capítulos dedicados a cada línea de investigación se amplía este fundamento teórico con las hipótesis y los procedimientos necesarios para describir adecuadamente los problemas tratados.

2.2. El modelo semiclásico

Para abordar teóricamente los experimentos realizados empleamos el modelo semiclásico del láser, basado en un tratamiento mixto de los fenómenos físicos analizados. Por un lado el campo electromagnético se describe empleando las ecuaciones de Maxwell (tratamiento clásico), mientras que la interacción entre radiación y materia es descrita cuánticamente a través de la ecuación de Schrödinger (cuando se estudia la evolución de las funciones de onda que describen el medio material) o de la ecuación de von Neumann (cuando el análisis se centra en el comportamiento de los operadores lineales). Este modelo permite tratar el campo electromagnético sin tener que emplear las técnicas y la potencia de cálculo que requiere la electrodinámica cuántica, pero sin renunciar a incorporar de un modo realista fenómenos sin analogía clásica tales como la emisión estimulada.

¹Tales como oscilaciones de relajación, bloqueo de modos, oscilaciones de polarización, solitones de cavidad, vórtices ópticos, quemados espacial y espectral o transiciones dinámicas orden-desorden.

Descartada la imagen denominada de segunda cuantización, en la cual también el campo electromagnético y el del electrón son tratados cuánticamente, existen principalmente dos enfoques a la hora de describir la interacción radiación-materia. El primero está basado en la terna de magnitudes compuesta por el campo eléctrico láser, la polarización de los iones del medio activo y la inversión de población de los dopantes con actividad óptica. El empleo de estas magnitudes en forma macro o microscópica es equivalente y se opta por uno u otro en función del fenómeno concreto a analizar. El segundo formalismo centra su atención en el operador densidad del sistema ρ , un operador lineal cuyas componentes contienen toda la información estadística de un sistema (en este caso los niveles del ion ópticamente activo) expresado a través de una base de autofunciones dada, a partir de la cual es posible escribir su forma matricial. Si se compara con el anterior enfoque se trata de un modelo menos fenomenológico y más explícito en cuanto a los fenómenos cuánticos implicados, pero también menos intuitivo.

En este trabajo emplearemos inicialmente el formalismo de la matriz densidad, aunque haciendo referencias frecuentes al campo eléctrico, a la polarización y a la inversión de población, siendo estas dos últimas magnitudes calculables en función de los elementos de la matriz. Pese a su equivalencia, la suma de ambos enfoques aporta una imagen más detallada e interesante. Alternar entre una y otra visión no responde sólo a un interés estético; aunque la matriz densidad nos permite describir con limpieza la interacción entre la radiación y la materia, necesitamos obtener expresiones para la evolución temporal de la inversión de población y del campo eléctrico, ya que experimentalmente controlaremos principalmente la inversión y mediremos la intensidad láser de salida (que es función directa del campo eléctrico). Por esta razón los métodos numéricos que reflejan (y refuerzan) nuestros experimentos se basan en las magnitudes intensivas y no en componentes del operador densidad. Una vez declaradas las ecuaciones de evolución de las componentes del operador densidad de estados nos centraremos en la terna de magnitudes intensivas, sobre cuyas formas diferenciales practicaremos distintas aproximaciones que nos permitirán obtener un sistema de ecuaciones práctico desde el punto de vista de la integración numérica.

2.2.1. Ecuación de von Neumann para el átomo de 2 niveles

Un átomo con 2 niveles energéticos $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$, con función de onda $|\psi\rangle = c_1(t)|\psi_1\rangle + c_2(t)|\psi_2\rangle$ y en ausencia de campo externo puede estudiarse a través del hamiltoniano libre H_0 . Los autoestados $|\psi_{1,2}\rangle$ forman una base ortonormal de este hamiltoniano con autovalores $\hbar\omega_1$ y $\hbar\omega_2$, respectivamente. En forma matricial:

$$H_0 = \begin{pmatrix} \langle\psi_1|H_0|\psi_1\rangle & \langle\psi_1|H_0|\psi_2\rangle \\ \langle\psi_2|H_0|\psi_1\rangle & \langle\psi_2|H_0|\psi_2\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hbar\omega_1 & 0 \\ 0 & \hbar\omega_2 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

o, lo que es lo mismo, $H_0 = \hbar\omega_1|\psi_1\rangle\langle\psi_1| + \hbar\omega_2|\psi_2\rangle\langle\psi_2|$. A partir de estos autoestados se construye el operador densidad de estados ρ del modo:

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \sum_{i,j} \rho_{ij} |\psi_i\rangle\langle\psi_j| \quad (2.2)$$

siendo su forma matricial para el átomo de 2 niveles:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |c_1|^2 & c_1 c_2^* \\ c_1^* c_2 & |c_2|^2 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Este objeto es un operador hermítico, semidefinido positivo y de traza uno. Cuando nos referimos a un único átomo, el elemento de la matriz ρ_{11} es la probabilidad de que el ion se encuentre en su nivel fundamental $|\psi_1\rangle$ y ρ_{22} la de que se encuentre en el excitado, cumpliéndose $\rho_{11} + \rho_{22} = 1 = |c_1|^2 + |c_2|^2$ si la función de onda $|\psi\rangle$ está normalizada. Por otro lado, cuando empleamos este formalismo para describir un medio material homogéneo, isótropo, cerrado y con N iones ópticamente activos por unidad de volumen, la cantidad $N\rho_{11}$ resulta ser la población por unidad de volumen del nivel fundamental y $N\rho_{22}$ la del nivel excitado. Hay que hacer notar que al extender este formalismo a un sistema multiatómico estamos asumiendo que no hay interacción entre los distintos iones y, por lo tanto, ni aparecen nuevos niveles energéticos ni la evolución del estado de un átomo se ve influenciada por su entorno.

Una de las magnitudes fundamentales a la hora de estudiar un sistema láser es la inversión de población, definida como la diferencia entre la población de los niveles superior e inferior implicados en la emisión estimulada. En el presente formalismo la inversión de población por unidad de volumen, representada macroscópicamente como D , sería el producto:

$$D = N(\rho_{22} - \rho_{11}) = N \cdot d \quad (2.4)$$

donde d es la inversión de población por ion.

La evolución temporal del operador densidad para este sistema simplificado y en la imagen de Heisenberg obedece a la ecuación de von Neumann² (a veces conocida también como ecuación de Liouville-von Neumann) en la que participa el hamiltoniano libre:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H_0, \rho] = \begin{pmatrix} 0 & i\omega_{21}\rho_{12} \\ -i\omega_{21}\rho_{21} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

siendo $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$ la frecuencia de la transición y $\hbar\omega_{21}$ la diferencia de energía entre niveles. En un medio formado por subsistemas aislados en ausencia de cualquier forma de campo externo, por lo tanto, las probabilidades de ocupación ρ_{11} y ρ_{22} se mantienen constantes a lo largo del tiempo y la evolución de los elementos no

²Rigurosamente hablando la ecuación de von Neumann se verifica automáticamente en imagen de Schrödinger pero no en imagen de Heisenberg, pues en este segundo formalismo se pueden emplear bases que no diagonalizan al hamiltoniano. Por otro lado y en sentido estricto ρ no es un observable, como sí lo son sus componentes de manera individual.

diagonales de ρ , que son las coherencias de transición y verifican $\rho_{21} = \rho_{12}^*$, toma la forma:

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -i\omega_{21}\rho_{21} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = \frac{\partial \rho_{21}^*}{\partial t} \quad (2.7)$$

con lo que la coherencia de transición de un sistema descrito por el hamiltoniano libre H_0 y denotada ρ_{21}^0 será:

$$\rho_{21}^0(\mathbf{r}, t) = \rho'_{21}(\mathbf{r})e^{-i\omega_{21}t} \quad (2.8)$$

donde $\rho'_{21}(\mathbf{r})$ es una amplitud compleja que recoge la fase inicial de ρ_{21}^0 para $t = 0$ y que puede tener dependencia espacial para reflejar la coherencia de transición de distintos iones, situados cada uno en una posición \mathbf{r}_i , pero no puede presentar dependencia temporal alguna porque entonces 2.8 no sería solución de 2.6.

El significado físico de estas coherencias de transición emerge cuando definimos la polarización \mathbf{p} del átomo como el valor esperado del operador momento dipolar $\boldsymbol{\mu} = -e\boldsymbol{\xi}$, donde e es el valor absoluto de la carga del electrón y $\boldsymbol{\xi}$ la posición de éste con respecto a su núcleo:

$$\mathbf{p} = \langle \psi | \boldsymbol{\mu} | \psi \rangle = -e \langle \psi | \boldsymbol{\xi} | \psi \rangle = \boldsymbol{\mu}_{12}\rho_{21} + \boldsymbol{\mu}_{21}\rho_{12} \quad (2.9)$$

siendo $\boldsymbol{\mu}_{12} = -e \langle \psi_1 | \boldsymbol{\xi} | \psi_2 \rangle$ el momento dipolar de la transición. Como $|\psi_{1,2}\rangle$ son funciones de paridad definida (y por lo tanto autoestados del operador paridad, resultando el átomo invariante bajo la transformación $\boldsymbol{\xi} \rightarrow -\boldsymbol{\xi}$) se verifica que $-e \langle \psi_i | \boldsymbol{\xi} | \psi_i \rangle = \boldsymbol{\mu}_{ii} = 0$, de modo que este átomo de 2 niveles no podrá tener momento dipolar permanente.³

La polarización de un átomo libre de 2 niveles es:

$$\mathbf{p}^0 = \boldsymbol{\mu}_{12}\rho'_{21}(\mathbf{r})e^{-i\omega_{21}t} + \boldsymbol{\mu}_{21}\rho'_{12}(\mathbf{r})e^{i\omega_{21}t} \quad (2.10)$$

y, como se puede ver, se puede descomponer en 2 componentes conjugadas, una oscilante con la frecuencia de la transición y la otra oscilante con la misma frecuencia pero de signo (sentido) contrario.

Por otro lado y análogamente a la inversión de población por unidad de volumen D , la polarización macroscópica o densidad de polarización es:

³La elección de este modelo simplificado permite una escritura muy compacta de las ecuaciones de Maxwell-Bloch y es perfectamente aceptable para el caso del ion neodimio, carente de momento dipolar permanente. Cuando se elaboran modelos para átomos o moléculas ópticamente activos en los que los elementos diagonales de $\boldsymbol{\mu}$ no son nulos el acoplo entre momentos permanentes o la interacción de estos con el campo láser ha de ser tenido en cuenta [34, 68].

$$\mathbf{P} = N \cdot \mathbf{p} \quad (2.11)$$

Introducimos ahora el campo eléctrico externo de una onda plana y monocromática de amplitud lentamente variable $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$, número de onda \mathbf{k} y frecuencia angular ω :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t) \quad (2.12)$$

Para que ocurra el fenómeno de amplificación láser es necesario que la frecuencia de este campo sea similar a la frecuencia de la transición del átomo, condición conocida como resonancia. Al igual que en el caso anterior la evolución de un átomo inmerso en un campo de estas características obedece a la ecuación de von Neumann:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] \quad (2.13)$$

en la que se emplea el hamiltoniano total $H = H_0 + H_I$, suma del hamiltoniano libre H_0 y de un nuevo término H_I que recibe el nombre de hamiltoniano de acoplamiento mínimo en aproximación dipolar (o hamiltoniano de interacción [69]). En términos de operadores lineales:

$$H_I = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{E} = e\xi\mathbf{E} = \mathbf{D}\mathbf{E} \quad (2.14)$$

donde \mathbf{D} es el operador desplazamiento dieléctrico del material, frecuente en la literatura pero que apenas se empleará en esta memoria para evitar su confusión con D , la densidad de inversión de población.

En forma matricial y de nuevo como consecuencia de la simetría del átomo el hamiltoniano de interacción es:

$$H_I = \begin{pmatrix} 0 & -\boldsymbol{\mu}_{12}\mathbf{E} \\ -\boldsymbol{\mu}_{21}\mathbf{E} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Empleando 2.1 y 2.15 podemos resolver la ecuación de Liouville-von Neumann 2.13 y obtener la evolución de las componentes de ρ :

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} (\rho_{21}\boldsymbol{\mu}_{12} - \rho_{12}\boldsymbol{\mu}_{21}) \mathbf{E} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} (\rho_{12}\boldsymbol{\mu}_{21} - \rho_{21}\boldsymbol{\mu}_{12}) \mathbf{E} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -i\omega_{21}\rho_{21} - \frac{i}{\hbar} (\rho_{22} - \rho_{11}) \boldsymbol{\mu}_{21}\mathbf{E} \quad (2.18)$$

En ausencia de campo eléctrico recuperamos los resultados vistos en 2.5: constancia de las componentes diagonales del operador densidad y oscilación con frecuencia

$\pm\omega_{21}$ de las componentes antidiagonales. En presencia de campo, por otro lado, las probabilidades de ocupación de los niveles fundamental y excitado varían en función de un producto cruzado entre componentes antidiagonales del momento dipolar y de la matriz densidad de estados. Además, las coherencias de transición (ligadas entre sí por la hermiticidad de ρ) experimentan una nueva modulación proporcional al campo, al momento dipolar de la transición y a la inversión de población por d . Al considerar este nuevo comportamiento soluciones para la coherencia de transición como la escrita en la ecuación 2.8 dejan de ser válidas pues, aunque experimentalmente seguiremos encontrando una fuerte modulación de frecuencia ω_{21} , necesariamente van a aparecer otras componentes temporales.

El presente modelo simplificado, en el que tanto las poblaciones de cada nivel como la intensidad de los momentos dipolares inducidos en el material resultan invariantes en ausencia de campo, no da más de sí. Para poder llegar a un conjunto de ecuaciones que reflejen adecuadamente el comportamiento de un átomo de 2 niveles es necesario introducir fenomenológicamente una serie de factores que aporten realismo al comportamiento del medio material, incorporando los procesos de relajación propios de un sistema físico real.

2.2.2. Inversión de población y polarización de un láser real

El primer paso a la hora de completar nuestro modelo es añadir un término que permita que un electrón situado en el nivel excitado sea capaz de desexcitarse espontáneamente. También es necesario incorporar en el sistema de ecuaciones de evolución términos que tiendan a destruir la polarización inducida porque la absorción y la emisión, que son procesos destructivos de la fase del estado atómico, dan lugar a un decaimiento de la coherencia y, por tanto, de la polarización. Dicho de otro modo: el material es susceptible de sufrir una polarización que, como hemos visto en 2.5, oscila con la frecuencia de Bohr del mismo, pero además existe cierta amortiguación que tiende a anular este desplazamiento dieléctrico.

Finalmente y como es propio en todo sistema láser, es imprescindible que se acumule inversión de población suficiente como para que las emisiones estimuladas superen en número a las absorciones que se dan en el material. Para que un medio activo se aleje tanto de una distribución de equilibrio termodinámico es necesaria una fuente externa que cree inversión de población d .

Inversión en un láser de 2 niveles

En un átomo de 2 niveles los electrones situados en el nivel excitado sólo pueden desexcitarse desde dicho nivel $|\psi_2\rangle$ al fundamental $|\psi_1\rangle$. Denotamos γ_{21} a la probabilidad por unidad de tiempo de que esta transición ocurra de manera espontánea y τ_{21} al tiempo de vida medio de un electrón excitado, verificándose que $\gamma_{21}^{-1} = \tau_{21}$. Análogamente introducimos fenomenológicamente un ritmo de desorientación de la polarización γ_{\perp} (que implica un tiempo de vida medio de los momentos dieléctricos inducidos igual a γ_{\perp}^{-1}) y que en nuestro medio activo de Nd:YAG tiene un valor

$$\gamma_{\perp} = 4 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1} [70].$$

Por otro lado, si sometemos al átomo a un bombeo externo que lleve electrones desde el nivel fundamental al excitado de manera incoherente (excitaciones no acopladas con el campo eléctrico láser, ni debidas por lo tanto a la absorción por parte del medio de fotones de éste) es oportuno introducir un factor R_{12} que represente la probabilidad que tienen los electrones del nivel fundamental de ser llevados a través de su interacción con agentes externos hasta el nivel excitado. Este término, denominado bombeo, puede tener su origen en efectos ópticos (como es nuestro caso), eléctricos (inyección de electrones o huecos) o incluso ser producido por reacciones químicas. Así, $R_{12}\rho_{11}$ será la probabilidad por unidad de tiempo de que se produzca la promoción de un electrón desde el nivel fundamental al excitado, y $2VN R_{12}\rho_{11}$ será el ritmo al que se creará inversión de población⁴ en un medio activo homogéneo, de densidad de iones N y volumen V .

Incluyendo estos 3 términos las ecuaciones de evolución de las componentes de la matriz densidad de estados pasan a ser:

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = -R\rho_{11} + \gamma_{\parallel}\rho_{22} + \frac{i}{\hbar}(\rho_{21}\boldsymbol{\mu}_{12} - \rho_{12}\boldsymbol{\mu}_{21})\mathbf{E} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = R\rho_{11} - \gamma_{\parallel}\rho_{22} + \frac{i}{\hbar}(\rho_{12}\boldsymbol{\mu}_{21} - \rho_{21}\boldsymbol{\mu}_{12})\mathbf{E} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i\omega_{21})\rho_{21} - \frac{i}{\hbar}(\rho_{22} - \rho_{11})\boldsymbol{\mu}_{21}\mathbf{E} \quad (2.21)$$

donde, para relajar la notación y aprovechando la simplicidad del láser de 2 niveles, hemos empleado γ_{\parallel} como constante de relajación de la inversión de población en lugar de γ_{21} , y R en lugar de R_{12} .

Para explorar las consecuencias de este sistema de ecuaciones diferenciales vamos a aprovechar la ligadura de sistema cerrado⁵ para reducir su dimensionalidad. Haciendo uso de esta propiedad y restando 2.19 a 2.20 escribimos la ecuación de evolución de la inversión de población $d = \rho_{22} - \rho_{11}$:

$$\frac{\partial(\rho_{22} - \rho_{11})}{\partial t} = (R + \gamma_{\parallel}) \left[\left(\frac{R - \gamma_{\parallel}}{R + \gamma_{\parallel}} \right) - (\rho_{22} - \rho_{11}) \right] + \frac{2i}{\hbar}(\rho_{12}\boldsymbol{\mu}_{21} - \rho_{21}\boldsymbol{\mu}_{12})\mathbf{E} \quad (2.22)$$

En ausencia de campo láser pero con bombeo no nulo se cumple, para el estado estacionario, que $\partial(\rho_{22} - \rho_{11})/\partial t = 0$, y la inversión de población en el equilibrio vale:

$$(\rho_{22} - \rho_{11})_0 \equiv \frac{R - \gamma_{\parallel}}{R + \gamma_{\parallel}} \equiv d_0 \quad (2.23)$$

⁴En un láser de 2 niveles la eficiencia del bombeo es doble. Véase el comentario tras la ecuación 2.30 en la página 27.

⁵ ρ tiene traza unidad.

Como en nuestros experimentos la evolución del pulso de bombeo es mucho más lenta que los tiempos propios de evolución del resto de magnitudes es práctico y lícito emplear d_0 para clarificar la notación, como haremos en los siguientes apartados. Con esta idea en mente el significado de los dos sumandos de 2.22 es claro. El primero de ellos lleva la inversión de población hacia su valor de equilibrio ajustando la diferencia de poblaciones a un ritmo que es, sencillamente, el producto de la suma de las dos constantes implicadas en los procesos de excitación-desexcitación no radiativos por la diferencia entre la inversión de equilibrio y la inversión que hay en cada momento. Así, cuando la inversión está por debajo del valor de equilibrio, este término contribuye a que aumente, mientras que en caso contrario este producto se ocupa de destruir el exceso. El segundo sumando tiene un significado menos intuitivo: introduce una variación en la inversión de población que depende de cómo se acoplan las coherencias de transición, los momentos dipolares inducidos y el campo eléctrico resonante. Este término es el responsable de la amplificación por emisión inducida.

Inversión en un láser de 4 niveles

El dopante ópticamente activo empleado en todos los experimentos recogidos en esta memoria es el neodimio, un ion de magníficas propiedades desde el punto de vista de la construcción de láseres. Al igual que el resto de tierras raras en el neodimio la actividad óptica ocurre como consecuencia de las transiciones de los electrones situados en un nivel incompleto $4f$ [71]. Gracias al apantallamiento producido por los niveles más exteriores ($5s$ y $5p$), que están completos y son los responsables de enlazar con la matriz, las líneas de fluorescencia del neodimio son muy estrechas, pues el campo local apenas puede distorsionar los niveles internos.

El ion neodimio trivalente Nd^{+3} se comporta como un sistema de 4 niveles con independencia de la naturaleza de la matriz empleada. El uso de ecuaciones deducidas para un átomo de 2 niveles a la hora de abordar el comportamiento de láseres de 4 niveles está amparado por el isomorfismo que presentan las ecuaciones para la evolución de la inversión de población en uno y otro caso. Esta igualdad formal es fruto de la relación entre las probabilidades de transición entre los distintos niveles del sistema, así como de la degeneración y de las poblaciones (o probabilidades de ocupación) de cada orbital. Para un átomo de n niveles en ausencia de campo la variación de la población el nivel i será:

$$\frac{\partial \rho_{ii}}{\partial t} = \sum_{n \geq j > i} \gamma_{ji} \rho_{jj} - \sum_{1 \leq j < i} \gamma_{ij} \rho_{ii} \quad (2.24)$$

Para el caso de 4 niveles podemos cambiar el inicio de la numeración de los orbitales para forzar que la emisión estimulada sea entre los niveles 1 y 2 , como ocurre en el caso de 2 niveles. Así el fundamental será el nivel 0 y el cuarto nivel⁶ será el 3 . Negamos además la posibilidad de que los electrones promocionen desde

⁶El nivel 3 es en realidad la denominada banda de bombeo, formada por varios niveles a los que llegan los electrones. Por esta razón no se le asigna un término espectroscópico de la forma $2S+1L_J$ (véase figura 2.1).

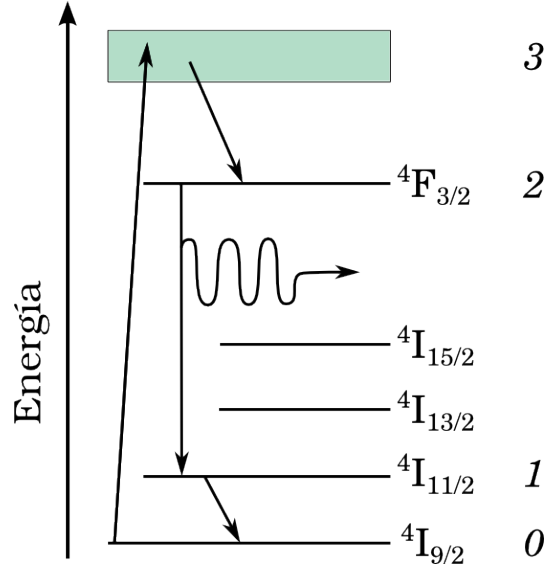


Figura 2.1: Diagrama de niveles del Nd^{3+} en el que se muestran las transiciones más probables. El bombeo R lleva iones desde el estado fundamental 0 hasta la banda de bombeo 3 . Desde ahí los iones se desexcitan muy rápidamente hasta el nivel superior de emisión láser 2 . La distancia entre el nivel fundamental y el nivel inferior láser 1 , así como el rápido mecanismo de desexcitación desde este último, contribuyen a que la población en 1 sea muy reducida y por lo tanto aumentan la eficiencia del láser.

un nivel a cualquier nivel superior con la excepción de las excitaciones provocadas por el bombeo $R = \gamma_{03}$. Por último incluimos la transferencia de electrones entre los niveles 1 y 2 inducida por un campo eléctrico de amplitud \mathbf{E} resonante únicamente con la frecuencia ω_{21} y, por lo tanto, incapaz de producir transiciones entre el resto de niveles. Escribimos entonces las variaciones de las poblaciones de los 2 niveles superiores:

$$\left. \frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} \right|_{4N} = R\rho_{00} - (\gamma_{32} + \gamma_{31} + \gamma_{30})\rho_{33} \simeq R\rho_{00} - \gamma_{32}\rho_{33} \quad (2.25)$$

$$\left. \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} \right|_{4N} = \gamma_{32}\rho_{33} - (\gamma_{21} + \gamma_{20})\rho_{22} + \frac{i}{\hbar}(\rho_{12}\mu_{21} - \rho_{21}\mu_{12})\mathbf{E} \quad (2.26)$$

donde se ha asumido que el único efecto del bombeo R es llevar electrones desde el nivel 0 hasta el 3 y, por lo tanto, no induce desexcitaciones de carácter no radiativo, como se emplea en algunos manuales. Hemos tenido en cuenta que para el Nd^{+3} las desexcitaciones entre niveles tienen ritmos muy diferentes, cumpliéndose que $\gamma_{32}, \gamma_{10} > \gamma_{21} \gg \gamma_{31}, \gamma_{30}, \gamma_{20}$.

Esta relación entre constantes de decaimiento, responsable de que los niveles 3 y 1 se encuentren muy despoplados, permite reescribir la condición de sistema cerrado $\sum_{i=0}^{N-1} \rho_{ii} = 1$ como $\rho_{00} + \rho_{22} \simeq 1$. Fijadas de este modo las relaciones entre poblaciones, resulta que las variaciones $\frac{\partial \rho_{33}}{\partial t}$ y $\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t}$ son despreciables frente a $\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t}$ y $\frac{\partial \rho_{00}}{\partial t}$, cumpliéndose que $\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = 1 - \frac{\partial \rho_{00}}{\partial t}$. Por lo tanto en un sistema de 4 niveles la

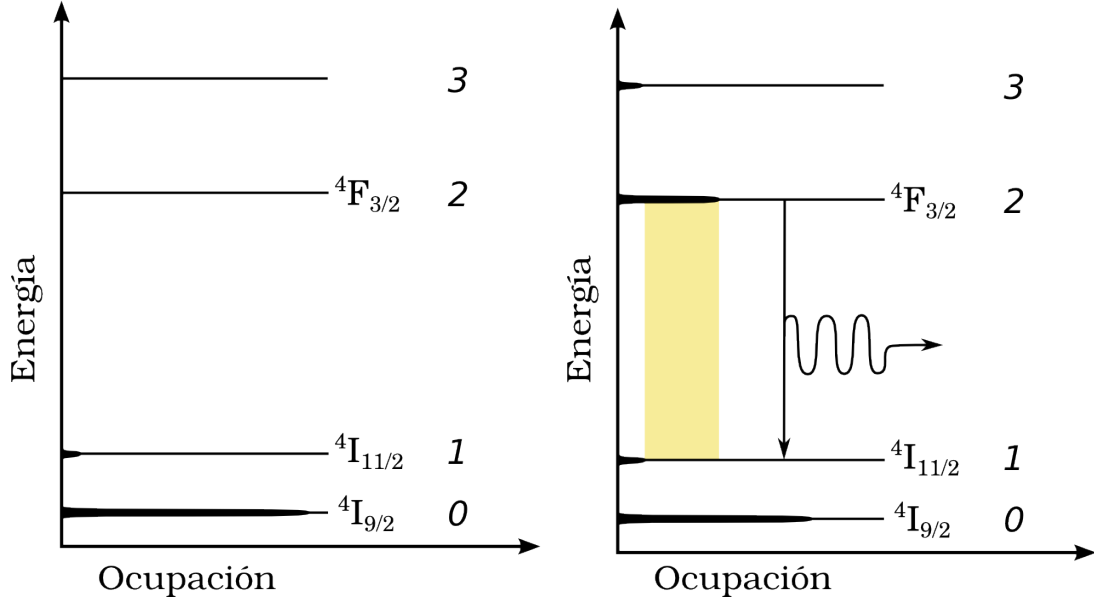


Figura 2.2: Ocupación de los niveles del Nd^{3+} en ausencia (izquierda) y presencia (derecha) de bombeo. Por motivos de claridad la banda superior 3, que recibe los electrones excitados por el bombeo, es representada como una única línea. En ausencia de bombeo sólo el nivel fundamental 0 tiene una población relevante, siendo la población de 1, debida a la excitación térmica del medio activo, mucho menor. Los otros dos niveles tienen ocupaciones completamente despreciables. Cuando el bombeo normalizado R es mayor que la unidad se acumula inversión de población entre los niveles 2 y 1, teniendo el área sombreada en el gráfico una anchura proporcional a esta inversión de población y una altura igual a la energía de los fotones de la radiación láser.

evolución de la inversión de población puede aproximarse por:

$$\left. \frac{\partial d}{\partial t} \right|_{4N} = \left. \frac{\partial(\rho_{22} - \rho_{11})}{\partial t} \right|_{4N} \simeq \left. \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} \right|_{4N} \quad (2.27)$$

Si el bombeo evoluciona lentamente $\partial \rho_{33} / \partial t \simeq 0$ y podemos despejar el valor lentamente variable de ρ_{33} en la ecuación 2.25, lo que junto con la nueva condición de sistema cerrado nos permite escribir:

$$R\rho_{00} - \gamma_{32}\rho_{33} \simeq 0 \rightarrow \rho_{33} \simeq \frac{R}{\gamma_{32}}\rho_{00} = \frac{R}{\gamma_{32}}(1 - \rho_{22}) \quad (2.28)$$

con lo que la evolución de la inversión de población queda:

$$\left. \frac{\partial d}{\partial t} \right|_{4N} = (R + \gamma_{\parallel}) \left[\frac{R}{R + \gamma_{\parallel}} - d \right] + \frac{i}{\hbar}(\rho_{12}\boldsymbol{\mu}_{21} - \rho_{21}\boldsymbol{\mu}_{12})\mathbf{E} \quad (2.29)$$

donde la constante $\gamma_{\parallel} = \gamma_{21} + \gamma_{20}$ da cuenta de las dos rutas de relajación desde 2.

El isomorfismo con la ecuación resultante de restar 2.19 a 2.20, expresiones para el átomo de 2 niveles, es evidente. Si reescribimos 2.22 en términos de la inversión de población:

$$\left. \frac{\partial d}{\partial t} \right|_{2N} = (R + \gamma_{\parallel}) \left[\frac{R - \gamma_{\parallel}}{R + \gamma_{\parallel}} - d \right] + \frac{2i}{\hbar} (\rho_{12} \mu_{21} - \rho_{21} \mu_{12}) \mathbf{E} \quad (2.30)$$

Las únicas diferencias entre una y otra expresión son los valores de la inversión de población en equilibrio y el factor 2 del sumando responsable de la emisión estimulada. Ambas diferencias tienen su origen en el hecho de que en un sistema de 2 niveles el nivel 1, implicado en la transición láser, es además el fundamental. Así, la emisión de un fotón reduce en un electrón la población de 2 y simultáneamente aumenta en uno la de 1, por lo que la inversión entre ambos niveles se reduce en dos electrones. En el caso del 4 niveles, por el contrario, el electrón desexcitado no se queda en 1, sino que debido al alto valor de γ_{10} de manera prácticamente instantánea pasa a 0, por lo que la inversión sólo se reduce en un electrón. Por lo tanto la emisión estimulada consume el doble de inversión de población en un sistema de 2 niveles.

La diferencia en los valores de equilibrio de la inversión de población se explica, además de teniendo en cuenta qué nivel juega el papel de fundamental en cada sistema, señalando la reducidísima población del nivel 1 en el sistema de 4 niveles, que hace que en este sistema ρ_{22} y d sean idénticas. Es fácil demostrar, a partir de las ecuaciones 2.20 y 2.26, que la población del nivel 2 en presencia de un bombeo R y en ausencia de campo láser, es $\rho_{22}^e = \frac{R}{R + \gamma_{\parallel}}$ en ambos sistemas⁷. En el caso de 4 niveles este será directamente el valor de la inversión de equilibrio d_0^{4N} , mientras que en el caso de 2 no podemos despreciar la población de 1, ligada a la de 2 por la condición de átomo cerrado, por lo que la inversión de equilibrio resulta:

$$d_0^{2N} = \rho_{22}^e - \rho_{11}^e = \frac{R}{R + \gamma_{\parallel}} - \frac{\gamma_{\parallel}}{R + \gamma_{\parallel}} = \frac{R - \gamma_{\parallel}}{R + \gamma_{\parallel}} \quad (2.31)$$

La deducción de las ecuaciones que rigen la evolución del sistema láser empleando un átomo de 2 niveles está motivada por la mayor sencillez del modelo y justificada, como hemos visto, por un isomorfismo completo en las ecuaciones para la densidad de inversión de población resultantes. Los elementos más discordantes entre uno y otro sistema son además suavizados cuando se emplean valores experimentales a la hora de realizar simulaciones, pues consideraciones teóricas como por ejemplo la naturaleza de γ_{\parallel} (véase nota al pie de la página 27) se ven relegadas a un segundo plano cuando se obtiene un valor para estas constantes a través de la medición experimental del tiempo de fluorescencia. En el caso de la ecuación de la polarización la demostración es más compleja, pero se basa igualmente en la resonancia del campo eléctrico con únicamente la transición láser, siendo el acoplo del campo con los momentos asociados al resto de transiciones despreciable.

⁷Es necesario recordar que γ_{\parallel} es la constante de decaimiento γ_{21} en el sistema de 2 niveles, mientras que en el caso de 4 su valor es $\gamma_{21} + \gamma_{20}$, pues existe más de una ruta de desexcitación no radiativa desde 2, aunque como ya se ha comentado el valor de γ_{21} es mucho mayor que el de γ_{20} en un buen material láser como el Nd^{3+} .

Polarización

A partir de estas ecuaciones para las componentes de ρ para el átomo de 2 niveles podemos escribir las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento tanto de la inversión de población como de la polarización:

$$\frac{\partial d}{\partial t} = (R + \gamma_{\parallel})[d_0 - d] - \frac{2i}{\hbar} [\mathbf{p}^+ - \mathbf{p}^-] \mathbf{E} \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}^+}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i\omega_{21})\mathbf{p}^+ - \frac{i}{\hbar} \boldsymbol{\mu}_{12} (\mathbf{E} \boldsymbol{\mu}_{21}) d \quad (2.33)$$

donde se ha separado la polarización en dos componentes según:

$$\mathbf{p} = \boldsymbol{\mu}_{12}\rho_{21} + \boldsymbol{\mu}_{21}\rho_{12} = \mathbf{p}^+ + \mathbf{p}^- \quad (2.34)$$

cumpléndose que $(\mathbf{p}^+)^* = \mathbf{p}^-$. En presencia de campo eléctrico la inversión de población y la polarización están ligadas, siendo en general imposible obtener expresiones analíticas para su evolución a lo largo del tiempo. Sin embargo a la hora de estudiar el comportamiento dinámico del campo eléctrico es útil escribir ρ_{21} (y \mathbf{p}) de un modo análogo a la ecuación 2.8, en el que la amplitud compleja contiene implícitamente las oscilaciones debidas tanto a la presencia del campo eléctrico como a la relajación fenomenológica de la coherencia de transición representada por el término γ_{\perp} . De este modo el término $e^{-i\omega_{21}t}$ da cuenta de las oscilaciones propias del átomo libre, y la nueva amplitud (compleja y explícitamente dependiente de t) del resto de formas de variación:

$$\rho_{21} = \tilde{\rho}'_{21}(t)e^{-i\omega_{21}t} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{p} = \boldsymbol{\mu}_{12}\tilde{\rho}'_{21}(t)e^{-i\omega_{21}t} + \boldsymbol{\mu}_{21}(\tilde{\rho}'_{21})^*(t)e^{i\omega_{21}t} \quad (2.36)$$

El siguiente paso consiste en estudiar como estas dos magnitudes influyen al campo eléctrico y, así, completar la terna de magnitudes cuya integración numérica permite reproducir el comportamiento de un láser de 2 niveles. A partir de este punto el formalismo de la matriz densidad de estados dejará de ser el hilo conductor de los desarrollos y centraremos nuestra atención en la inversión de población d y en la polarización \mathbf{p} . Estas dos magnitudes, junto con el campo eléctrico, conformarán el sistema de ecuaciones diferenciales sobre el que trabajaremos y en cuya integración numérica se basarán las simulaciones realizadas durante los distintos trabajos que recoge esta memoria.

2.2.3. Las ecuaciones de Maxwell-Bloch

Para completar la descripción de un sistema láser es necesario encontrar una expresión para la evolución del campo eléctrico, así como acometer una nueva sepa-

ración de las distintas variaciones temporales a las que están sujetas las magnitudes presentes en las ecuaciones. A diferencia de la inversión de población y de la polarización, magnitudes deducibles a partir de las componentes del operador ρ y que no tienen dependencias espaciales explícitas⁸, el campo eléctrico depende, en cada punto, de los valores que tiene en la vecindad.

Ecuación de evolución del campo eléctrico

En su momento introdujimos (ecuación 2.12) un campo eléctrico \mathbf{E} muy general, una onda plana y monocromática cuya frecuencia de oscilación ω debe ser similar a la frecuencia óptica del medio para que se cumpla la condición de resonancia $\omega \approx \omega_{21}$. Si empleamos ahora la fórmula de Euler para descomponer la función coseno podemos separar el campo en dos componentes de igual frecuencia y módulo del número de onda, pero con signo opuesto:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r}, t)e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)} = \mathbf{E}^+ + \mathbf{E}^- \quad (2.37)$$

verificándose que $\mathbf{E}^+ = (\mathbf{E}^-)^*$. La elección de una amplitud explícitamente dependiente en \mathbf{r} y t no es en absoluto casual: va a ser esta amplitud vectorial lentamente variable $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ la que acuse en su comportamiento espacio-temporal la interacción del campo eléctrico con el medio activo. Las condiciones iniciales (tales como una hipotética fase inicial) o de contorno (reflexión en los espejos, anulación fuera del medio activo) también se imponen exclusivamente a esta amplitud compleja.

Este campo eléctrico ha de cumplir las ecuaciones de Maxwell para un medio material y sin cargas libres:

$$\nabla \mathbf{D} = 0 \quad (2.38)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.39)$$

$$\nabla \mathbf{B} = 0 \quad (2.40)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.41)$$

Derivando 2.41 con respecto al tiempo obtenemos:

⁸Recordemos que en la página 19 del apartado 2.2.1, al discutir la extensión del tratamiento para un átomo individual a un medio material, dijimos que dicha extensión se basa en la no interacción de los iones con su entorno, por lo que el uso del hamiltoniano H está justificado. Por otro lado es necesario señalar que tanto d como \mathbf{P} tienen dependencias espaciales implícitas a través de su acoplo con \mathbf{E} .

$$\nabla \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} \quad (2.42)$$

En un medio material:

1. los momentos magnéticos no responden a un campo monocromático en el rango de las frecuencias ópticas, por lo que la relación entre la inducción magnética y la excitación magnética es la del vacío: $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$
2. la corriente eléctrica es función directa del campo eléctrico: $\mathbf{J} = \sigma_c \mathbf{E}$. Realmente dentro de la matriz de los medios activos empleados no existe una corriente eléctrica de cargas libres, sólo hay desplazamiento dieléctrico. Consideramos este término para poder construir sobre él, más adelante, un factor que recoja las pérdidas que sufre el campo eléctrico, tanto debidas al tiempo finito de vida del fotón en la cavidad como al amortiguamiento asociado a la susceptibilidad eléctrica del medio, que responde a la presencia del campo eléctrico polarizándose. Cuando está debidamente definido este término puede reflejar también las bruscas pérdidas que sufre el campo al propagarse fuera del ancho del medio activo o al incidir sobre los espejos.
3. el campo eléctrico y la densidad de polarización no cumplen una relación de proporcionalidad, por lo que es conveniente separar sus contribuciones al desplazamiento eléctrico. Así $\mathbf{D} \equiv \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon' \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ donde ε es la permitividad o constante dieléctrica del medio, ε_0 es la del vacío y ε' es la permitividad relativa.

Usando 2.39 y la relación entre \mathbf{B} y \mathbf{H} podemos reescribir 2.42 en función únicamente del campo y de la densidad de polarización:

$$-\frac{1}{\mu_0} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \sigma_c \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (2.43)$$

Esta expresión es reescribible a partir de la condición de transversalidad del campo eléctrico ($\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$) y la definición del operador laplaciano como:

$$\Delta \mathbf{E} - \mu_0 \sigma_c \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (2.44)$$

que es el campo de una onda luminosa acoplada con la polarización eléctrica de la materia y, a través de esta, con la inversión de población.

Aproximación de Onda Rotante

Como se vio en la ecuación 2.34 la polarización es separable en dos componentes conjugadas, componentes que cumplen de manera independiente la ecuación de evolución escrita para la polarización total. El campo eléctrico soporta una separación

idéntica (ecuación 2.37). Si introducimos estas descomposiciones en la ecuación 2.44 obtenemos:

$$\Delta(\mathbf{E}^+ + \mathbf{E}^-) - \mu_0 \sigma_c \frac{\partial(\mathbf{E}^+ + \mathbf{E}^-)}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(\mathbf{E}^+ + \mathbf{E}^-)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2(\mathbf{P}^+ + \mathbf{P}^-)}{\partial t^2} \quad (2.45)$$

Como campo eléctrico y densidad de polarización son expresables en términos de operadores lineales y, además, soportan la descomposición en términos que son conjugados entre sí, el hecho de que cumplan la ecuación 2.44 implica automáticamente que también sus partes positivas o negativas han de cumplirla por separado. Esta propiedad es extraordinariamente útil, pues nos permite escribir:

$$\Delta \mathbf{E}^+ - \mu_0 \sigma_c \frac{\partial \mathbf{E}^+}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}^+}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}^+}{\partial t^2} \quad (2.46)$$

que es equivalente a centrar nuestra atención sobre sólo una de las dos componentes complejo-conjugadas (cuya superposición equivale a la onda monocromática completa) pero sin que nuestros resultados pierdan generalidad.

Si introducimos en la ecuación 2.33 la descomposición de la parte positiva de la polarización (2.36) y la del campo (2.37):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\mu}_{12} \tilde{\rho}'_{21} e^{-i\omega_{21}t}) = \\ & = -(\gamma_{\perp} + i\omega_{21}) (\boldsymbol{\mu}_{12} \tilde{\rho}'_{21} e^{-i\omega_{21}t}) - \frac{i\boldsymbol{\mu}_{12}}{2\hbar} \left(\tilde{\mathbf{E}} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)} + \tilde{\mathbf{E}}^* e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)} \right) \boldsymbol{\mu}_{21} d \end{aligned} \quad (2.47)$$

podemos dividir entre $\boldsymbol{\mu}_{12}$, desarrollar la derivada parcial empleando la regla de la cadena⁹ y escribir una ecuación para la evolución de $\tilde{\rho}'_{21}$, la parte de la coherencia de transición ρ_{21} que hemos aislado de la oscilación con frecuencia ω_{21} :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}'_{21}}{\partial t} e^{-i\omega_{21}t} = -\gamma_{\perp} \tilde{\rho}'_{21} e^{-i\omega_{21}t} - \frac{i}{2\hbar} \left(\tilde{\mathbf{E}} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)} + \tilde{\mathbf{E}}^* e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)} \right) \boldsymbol{\mu}_{21} d \quad (2.48)$$

Si ahora multiplicamos por $e^{i\omega_{21}t}$ a ambos lados obtenemos una ecuación para la evolución de $\tilde{\rho}'_{21}$, la parte de ρ_{21} que no oscila como ω_{21} y cuyo comportamiento temporal hasta ahora no habíamos estudiado, aunque sí habíamos comentado que contiene la interacción con el campo eléctrico y el comportamiento amortiguado:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}'_{21}}{\partial t} = -\gamma_{\perp} \tilde{\rho}'_{21} - \frac{i}{2\hbar} \left(\tilde{\mathbf{E}} e^{i[\mathbf{k}\mathbf{r}-(\omega-\omega_{21})t]} + \tilde{\mathbf{E}}^* e^{-i[\mathbf{k}\mathbf{r}-(\omega+\omega_{21})t]} \right) \boldsymbol{\mu}_{21} d \quad (2.49)$$

Al analizar los términos implicados vemos que existen grandes diferencias entre las velocidades de oscilación de algunos sumandos, hasta el punto que el término

⁹ $\frac{\partial}{\partial t} (\tilde{\rho}'_{21} e^{-i\omega_{21}t}) = \frac{\partial \tilde{\rho}'_{21}}{\partial t} e^{-i\omega_{21}t} - i\omega_{21} \tilde{\rho}'_{21} e^{-i\omega_{21}t}$

proveniente de \mathbf{E}^- tiene una frecuencia del orden del petahercio. Una oscilación tan rápida tiene un promedio nulo en el rango de tiempos en el que nos movemos, que viene impuesto por el menor tiempo propio del problema (en este caso trabajamos en el rango de los gigahercios). Por eso podemos eliminar esta componente del campo eléctrico en la ecuación de la polarización 2.33 y escribir:

$$\frac{\partial \mathbf{P}^+}{\partial t} \simeq -(\gamma_{\perp} + i\omega_{21})\mathbf{P}^+ - \frac{iN}{\hbar} \boldsymbol{\mu}_{12} (\mathbf{E}^+ \boldsymbol{\mu}_{21}) d \quad (2.50)$$

en la que se ha incorporado la densidad de iones ópticamente activos N para escribir la densidad de inversión de población introducida en 2.11. Esta aproximación, indispensable en la literatura propia de esta materia, recibe el nombre de aproximación de Onda Rotante [72]. Del mismo modo en la ecuación para la inversión de población 2.32 se pueden despreciar los términos $\mathbf{P}^{\pm} \mathbf{E}^{\pm}$, dejando sólo los cruzados:

$$\frac{\partial D}{\partial t} \simeq (R + \gamma_{\parallel})[D_0 - D] - \frac{2i}{\hbar} [\mathbf{P}^+ \mathbf{E}^- - \mathbf{P}^- \mathbf{E}^+] \quad (2.51)$$

donde $D_0 = Nd_0 = N(R - \gamma_{\parallel})/(R + \gamma_{\parallel})$ es la densidad de inversión de población en equilibrio para un bombeo R y con un tiempo de vida de la inversión de población γ_{\parallel}^{-1} . Tras efectuar la aproximación de onda rotante al campo eléctrico y extender sus consecuencias a la densidad de polarización y a la densidad de inversión de población contamos con tres ecuaciones diferenciales para estas 3 magnitudes intensivas.

Aproximación de Amplitud Lentamente Variable

En ausencia de momentos dipolares permanentes dentro del medio activo es de esperar que la dirección del momento inducido sea paralela al campo, especialmente cuando nuestro medio se trata de un láser de clase B. En estos materiales la rápida velocidad con la que la polarización varía hace que el desplazamiento eléctrico tienda a seguir las evoluciones del campo, adaptándose de manera casi instantánea a éste. En este contexto muchas de las constantes que definen el campo láser pueden transmitirse a las ecuaciones de evolución de las componentes de la matriz densidad, lo que posteriormente facilitará la realización de determinadas aproximaciones. Por ejemplo, si dentro de la cavidad láser el campo eléctrico \mathbf{E} está linealmente polarizado según $\mathbf{E} = E\vec{e}$, los elementos del operador momento dipolar $\boldsymbol{\mu}$ asociados a la transición cumplirán $\boldsymbol{\mu}_{21} \parallel \vec{e}$ y los productos escalares del tipo $\boldsymbol{\mu}\mathbf{E}$ serán intercambiables por los productos de las amplitudes de los vectores implicados. En cualquier caso durante la presente sección seguiremos escribiendo las ecuaciones diferenciales de estas magnitudes en su forma vectorial, en lugar de pasar a escribir las ecuaciones isomórficas para las amplitudes de estas cantidades, pues de este modo el desarrollo será más legible.

Asumir que el campo eléctrico está linealmente polarizado es posible cuando existen elementos intracavitarios que seleccionan una dirección en detrimento de las

demás (como por ejemplo polarizadores) pero también cuando anisotropías¹⁰ del medio, de la cavidad o del bombeo rompen la simetría cilíndrica que suelen tener los medios activos.

Elegimos que la onda plana se propague a lo largo de la dirección \hat{z} , o lo que es lo mismo, que su vector de onda \mathbf{k} , paralelo al vector de Poynting y por lo tanto a la dirección de propagación, verifique $\mathbf{k}\mathbf{r} = kz$. Aunque en la literatura es frecuente fijar desde el principio \hat{x} como la dirección de oscilación del campo eléctrico no vamos a dar aún dicho paso.

Anteriormente introdujimos una separación en ρ_{21} que aislaba la oscilación heredada del caso del hamiltoniano libre (una oscilación armónica de frecuencia ω_{21}) del resto de variaciones que sufre la coherencia de transición cuando se considera un amortiguamiento y un campo eléctrico no nulos. Practicaremos ahora una nueva separación de la polarización según:

$$\mathbf{P}^+ = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{P}}e^{i(kz-\omega t)} = (\mathbf{P}^-)^* \quad (2.52)$$

con el propósito de aislar la oscilación forzada por un campo eléctrico linealmente polarizado, de número de onda k y con frecuencia ω (resonante con la transición). Al igual que ocurre con la $\tilde{\mathbf{E}}$ definida en la ecuación 2.37, la variable $\tilde{\mathbf{P}}$ es una amplitud compleja lentamente variable cuya oscilación es mucho más lenta que la onda plana monocromática total. Gracias a esta separación podemos sustituir nuestro sistema de ecuaciones diferenciales, en el que actualmente tenemos expresiones para el campo (2.46) y la densidad de polarización (2.50), por un sistema en el que trataremos las amplitudes lentamente variables de estas magnitudes, que tienen una evolución temporal mucho más parecida a la de la inversión de población D y que son quienes nos aportan información útil a la hora de reproducir el comportamiento del láser.

Como la evolución temporal y espacial de la amplitud $\tilde{\mathbf{E}}$ es mucho más lenta que la del campo completo \mathbf{E}^+ , las derivadas parciales de este último se pueden aproximar según:

$$\frac{\partial \mathbf{E}^+}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t}e^{i(kz-\omega t)} - \frac{i\omega}{2}\tilde{\mathbf{E}}e^{i(kz-\omega t)} \simeq -\frac{i\omega}{2}\tilde{\mathbf{E}}e^{i(kz-\omega t)} \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}^+}{\partial t^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t^2} - 2i\omega\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t} - \omega^2\tilde{\mathbf{E}}\right)e^{i(kz-\omega t)} \simeq \left(-i\omega\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t} - \frac{\omega^2}{2}\tilde{\mathbf{E}}\right)e^{i(kz-\omega t)} \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}^+}{\partial z^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial z^2} + 2ik\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial z} - k^2\tilde{\mathbf{E}}\right)e^{i(kz-\omega t)} \simeq \left(ik\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial z} - \frac{k^2}{2}\tilde{\mathbf{E}}\right)e^{i(kz-\omega t)} \quad (2.55)$$

¹⁰En la práctica ni siquiera los medios activos sólidos libres de anisotropía cristalina (como los vidrios) son completamente isótropos, pues se manufacturan con un biselado de pocos minutos de arco en una de sus caras para evitar que la barra láser se comporte como un interferómetro intracavitario.

$$\Delta_t \mathbf{E}^+ \equiv \frac{\partial^2 \mathbf{E}^+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}^+}{\partial y^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial x^2} e^{i(kz-\omega t)} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial y^2} e^{i(kz-\omega t)} = \frac{1}{2} \Delta_t \tilde{\mathbf{E}} e^{i(kz-\omega t)} \quad (2.56)$$

Por otro lado, como \mathbf{P}^+ es inducida por \mathbf{E}^+ , al hacer su segunda derivada con respecto al tiempo despreciaremos un orden más, pues suponemos que la contribución de la polarización al campo en la ecuación 2.46 ha de ser menor que el propio campo que la origina:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}^+}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{P}}}{\partial t^2} - 2i\omega \frac{\partial \tilde{\mathbf{P}}}{\partial t} - \omega^2 \tilde{\mathbf{P}} \right) e^{i(kz-\omega t)} \simeq -\frac{\omega^2}{2} \tilde{\mathbf{P}} e^{i(kz-\omega t)} \quad (2.57)$$

Al igual que en las anteriores expresiones el término de oscilación rápida $e^{i(kz-\omega t)}$ aparece multiplicando a todos los sumandos, lo que permite su simplificación. Gracias a estas aproximaciones escribimos una ecuación equivalente a 2.46 pero referida sólo a las amplitudes lentamente variables, las envolventes de la oscilación total del campo y la polarización cuyo comportamiento queremos analizar:

$$\frac{1}{2} \Delta_t \tilde{\mathbf{E}} + ik \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial z} - \frac{k^2}{2} \tilde{\mathbf{E}} + \frac{i\omega\mu_0\sigma_c}{2} \tilde{\mathbf{E}} + \frac{i\omega}{c^2} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t} + \frac{\omega^2}{2c^2} \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\mu_0\omega^2}{2} \tilde{\mathbf{P}} \quad (2.58)$$

Empleando que en un medio material de índice de refracción n el número de onda vale $k = 2\pi n/\lambda$ (siendo λ es la longitud de onda en el vacío y no en dicho medio), que $\varepsilon' = n^2 = 1 + \chi_e$ (donde χ_e la susceptibilidad eléctrica del medio) y que $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, despejamos la variación de la amplitud lentamente variable del campo con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t} = \frac{i\lambda c}{4\pi} \Delta_t \tilde{\mathbf{E}} - nc \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial z} - \left(\frac{\sigma_c}{2\varepsilon_0} - \frac{i\omega\chi_e}{2} \right) \tilde{\mathbf{E}} + \frac{i\omega}{2\varepsilon_0} \tilde{\mathbf{P}} \quad (2.59)$$

Introducimos ahora 2.37 y 2.52 en la ecuación 2.50 y obtenemos, sin necesidad de despreciar ningún término y teniendo en cuenta que $\boldsymbol{\mu}_{21}$ y $\tilde{\mathbf{E}}$ son vectores paralelos:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{P}}}{\partial t} = -[\gamma_{\perp} + i(\omega_{21} - \omega)] \tilde{\mathbf{P}} - \frac{i\boldsymbol{\mu}_{12}^2}{\hbar} D \tilde{\mathbf{E}} \quad (2.60)$$

Tampoco es necesario despreciar ningún término de la ecuación 2.51 para obtener la evolución de la densidad de inversión de población D en función de las amplitudes lentamente variables del campo y de la densidad de polarización:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = (R + \gamma_{\parallel})[D_0 - D] - \frac{i}{2\hbar} [\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{E}}^* - \tilde{\mathbf{P}}^* \tilde{\mathbf{E}}] \quad (2.61)$$

Estas 3 ecuaciones diferenciales complejas son las ecuaciones de Maxwell-Bloch para un sistema isótropo, formado por átomos homogéneos de 2 niveles, en presencia de un bombeo R y de un campo externo linealmente polarizado y resonante con la transición. Se les han efectuado las aproximaciones de onda rotante y de amplitud lentamente variable. A partir de distintas versiones adimensionalizadas de este sistema se han programado las simulaciones numéricas que respaldan teóricamente los trabajos analizados en esta memoria. Para cada estudio es necesario practicar diferentes aproximaciones o, incluso, incorporar nuevos elementos a estas ecuaciones, como ocurre cuando se trabaja con átomos con ensanchamiento inhomogéneo o cuando alguna propiedad (por ejemplo el índice de refracción) deja de ser constante en todo el medio activo.

Adimensionalización de las ecuaciones

Las ecuaciones de balance emplean magnitudes físicas que difieren tanto en unidades como en rango de valores. A la hora de programar un método numérico que las integre es más práctico trabajar con variables normalizadas, de manera que se pueda hacer un uso más uniforme de la precisión proporcionada por el método y se eviten posibles divergencias del algoritmo de integración. La normalización de las magnitudes es entendible también como una adimensionalización, pues tras alterar la escala que mide las variables no tiene mucho sentido preocuparse por las unidades originales de las magnitudes, sino sólo por las relaciones de proporcionalidad que existen entre ellas. Aprovechando además la adimensionalización abandonaremos definitivamente la naturaleza vectorial del campo eléctrico y de la polarización, que pasan a ser tratadas como variables escalares complejas.

Como paso previo a la adimensionalización total del sistema definimos una serie de magnitudes de transición adimensionales, cuya proporcionalidad con las magnitudes originales está construida a partir de las constantes del sistema láser:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}} &= \frac{\hbar\sqrt{\gamma_{\perp}\gamma_{\parallel}}}{\mu_{12}}E_g \\ \tilde{\mathbf{P}} &= i\mu_{12}\sqrt{\frac{\gamma_{\parallel}}{\gamma_{\perp}}}NP_g\end{aligned}\tag{2.62}$$

$$D = ND_g$$

así como versiones adimensionalizadas de las variables espaciotemporales, gracias a las cuales las magnitudes y todas sus derivadas se equiparan dimensionalmente:

$$\begin{aligned}t &= \frac{\tau}{\gamma_{\perp}} \\ z &= L\zeta\end{aligned}\tag{2.63}$$

$$(x, y) = b(\zeta, \phi) \equiv b\mathbf{s}$$

donde $L = l + (n - 1)h$ es la longitud óptica de la cavidad¹¹ y b es el radio del medio activo. Así, pasamos a emplear las coordenadas normalizadas ζ y \mathbf{s} , siendo la primera la longitudinal y la segunda un vector que contiene las dos transversas. Para aligerar las ecuaciones de balance introducimos una serie de parámetros:

$$a \equiv \frac{\lambda c}{4\pi b^2 \gamma_{\perp}} \quad (2.64)$$

$$v \equiv \frac{cn}{L\gamma_{\perp}} \quad (2.65)$$

$$\sigma \equiv \frac{\sigma_c}{2\varepsilon_0 \gamma_{\perp}} \quad (2.66)$$

$$\sigma_{21} \equiv \frac{\mu_{21}^2 \omega n}{\hbar \varepsilon_0 c \gamma_{\perp}} \quad (2.67)$$

$$\eta \equiv \frac{\omega \chi_e}{2\gamma_{\perp}} \quad (2.68)$$

$$\delta \equiv \frac{\omega_{21} - \omega}{\gamma_{\perp}} \quad (2.69)$$

$$\gamma \equiv \frac{\gamma_{\parallel}}{\gamma_{\perp}} \quad (2.70)$$

$$\beta \equiv 1 + \frac{R}{\gamma_{\parallel}} \quad (2.71)$$

La constante a es el coeficiente de difracción, que relaciona la dimensión transversal del medio activo con la longitud de onda, considerando algunas características ópticas del medio; v es la velocidad adimensionalizada de la luz en el medio; σ es la conductividad adimensionalizada; σ_{21} es la sección eficaz de emisión por molécula; el factor η representa las pérdidas asociadas al amortiguamiento dieléctrico del medio activo; δ es la desintonía normalizada (*detunning*) entre la frecuencia de resonancia de la transición y la frecuencia del campo; γ es el cociente entre los ritmos de decaimiento de la inversión de población y de la polarización (en nuestro láser de clase B tendrá un valor entre 10^{-4} y 10^{-3}); y finalmente β es el coeficiente de sobrebombeo, un término (frecuentemente despreciado o absorbido por γ_{\parallel}) que da cuenta de la relación entre el bombeo y el decaimiento de la inversión de población. Como se puede ver tanto la normalización del nuevo tiempo τ como la adimensionalización temporal de estas constantes se hacen empleando el ritmo de decaimiento de la polarización γ_{\perp} .

Gracias a estos cambios de variable, a la inversión de equilibrio d_0 definida en 2.23 y a la colección de nuevos parámetros podemos escribir las ecuaciones de balance como:

¹¹Por lo tanto l es el tamaño real del resonador, la separación entre los espejos que forman el etalon, y n y h son el índice de refracción y la longitud del medio activo.

$$\frac{\partial E_g}{\partial \tau} = ia\Delta_s E_g - v \frac{\partial E_g}{\partial \zeta} - (\sigma - i\eta) E_g - \frac{Nc\sigma_{21}}{2n\gamma_{\perp}} P_g \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial P_g}{\partial \tau} = -(1 + i\delta) P_g - D_g E_g \quad (2.73)$$

$$\frac{\partial D_g}{\partial \tau} = -\gamma \left[\beta D_g - \beta d_0 + \frac{1}{2} (P_g E_g^* + P_g^* E_g) \right] \quad (2.74)$$

Para terminar de compactar las ecuaciones, convirtiendo todas las constantes no adimensionales que todavía quedan, efectuamos un último cambio de variable:

$$E_g = E$$

$$P_g = -\frac{n\sigma_c}{Nc\sigma_{21}\varepsilon_0} P \quad (2.75)$$

$$D_g = \frac{n\sigma_c}{Nc\sigma_{21}\varepsilon_0} D$$

del que resulta:

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = ia\Delta_s E - v \frac{\partial E}{\partial \zeta} + \sigma(P - E) + i\eta E \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = -(1 + i\delta) P + DE \quad (2.77)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \tau} = -\gamma \left[\beta D - \beta r - \frac{1}{2} (PE^* + P^* E) \right] \quad (2.78)$$

donde se ha introducido un nuevo parámetro para el bombeo $r \equiv Nc\sigma_{21}\varepsilon_0 d_0 / n\sigma_c$.

Las simulaciones numéricas de numerosos trabajos experimentales parten de esta versión adimensionalizada de las ecuaciones de balance, aunque generalmente se realizan algunas aproximaciones más. La desintonía δ suele ser despreciada cuando el análisis de las estructuras obtenidas experimentalmente¹² arroja valores pequeños para esta cantidad [70, 74] o cuando se espera emisión multimodal (cada modo tiene su propia frecuencia y por lo tanto su propia desintonía con respecto a la transición láser). También es frecuente emplear una constante γ que absorbe al factor β ,

¹²Según un resultado general del análisis de estabilidad [73] de un láser infinito, el modo con mayor amplificación en el primer umbral láser tendrá un número de onda $k_c = \sqrt{\frac{\delta}{a}}$. En el sistema láser utilizado en los trabajos que componen esta memoria, la medición del tamaño característico de las estructuras espaciales en la intensidad nos permite estimar un valor de $\delta \approx 0,01$. A pesar de que la sección de nuestro dispositivo es finita su alto número de Fresnel permite realizar cálculos aproximados de este tipo.

obviando su dependencia con el bombeo, y que es determinada experimentalmente para las condiciones a las que se va a trabajar. Cuando se trata de analizar la intensidad total irradiada, sin entrar en efectos de origen transversal, el término de la laplaciana transversal Δ_s también se omite.

En ocasiones, por el contrario, se incorporan o amplían términos. Como se ha comentado previamente, se consideró una corriente eléctrica J proporcional a σ_c para mantener el término con la estructura adecuada para reflejar las pérdidas que sufre el campo eléctrico al propagarse por un medio finito y no ideal. Cuando unas simulaciones generan una intensidad no nula en una zona suficientemente alejada del volumen bombeado, este término puede emplearse para forzar que el campo eléctrico decaiga rápidamente en esos puntos. A través de una posible dependencia temporal también puede emplearse este factor para realizar simulaciones numéricas de regímenes distintos de la emisión libre (como puede ser el Q-switch activo). Otro caso de especial interés es el de los láseres cuya curva de ganancia tiene ensanchamiento inhomogéneo (véase 5.3). Se puede incorporar este fenómeno reconvirtiendo las ecuaciones de balance hacia un sistema integrodiferencial que recoja la forma de la curva de ganancia. En ocasiones basta con dividir este ensanchamiento en paquetes de distinta frecuencia ω_{21}^i , para cada uno de los cuales se introduce una inversión de población, y que participan en la ecuación 2.77 con distintas desintonías. Por último, es pertinente mencionar que se puede introducir el efecto de la curvatura no nula de los espejos del resonador sobre la fase del campo eléctrico [62] a través de la inclusión de un término $-4ias^2E$ en la ecuación 2.76.

Eliminación adiabática de la polarización

En los láseres de clase B el rápido tiempo de decaimiento de la polarización, en comparación con los tiempos propios de evolución de la inversión de población o del campo eléctrico, permite una reducción dimensional muy práctica tanto a la hora de buscar soluciones analíticas (por limitado que sea su ámbito de aplicación) como a la de programar simulaciones numéricas. Como la polarización sigue de manera prácticamente instantánea las variaciones del campo eléctrico y de la inversión de población, es posible escribir esta magnitud como una función de las otras dos. Para hacerlo anulamos 2.77, la ecuación que recoge cómo evoluciona P para adaptarse a E y D , y despejamos una expresión para el valor instantáneo de P en función de las otras magnitudes (y de la desintonía δ):

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = 0 = -(1 + i\delta)P + DE \rightarrow P = \frac{DE}{1 + i\delta} \quad (2.79)$$

Introduciendo este resultado en las ecuaciones 2.76 y 2.78 se obtiene:

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = ia\Delta_s E - v \frac{\partial E}{\partial \zeta} + \sigma \left[\frac{D}{1 + i\delta} - 1 + i \frac{\eta}{\sigma} \right] E \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \tau} = -\gamma \left[\beta D - \beta r - \frac{DE^2}{1 + \delta^2} \right] \quad (2.81)$$

El sistema de ecuaciones de balance reducido resultante, que rige la evolución de estas dos magnitudes adimensionales acopladas no-linealmente, produce resultados realistas y precisos a pesar de su sencillez y de incorporar un número muy reducido de parámetros. Todas las simulaciones presentadas en los trabajos experimentales de esta memoria se basan en versiones muy similares de este sistema flexible y potente, que pese a presentar algunos problemas de convergencia en general tiene un comportamiento excelente, sobre todo teniendo en cuenta la rigidez del sistema de partida.

Curva de estabilidad neutra

La naturaleza de las ecuaciones semiclásicas de Maxwell-Bloch hace que en general no sea posible encontrar soluciones analíticas, que serán deducibles sólo en casos muy particulares. A pesar de esta limitación, en ocasiones la aplicabilidad de algunas de estas soluciones se puede extender en un entorno suficientemente amplio como para resultar útiles en el tratamiento de sistemas láser reales. A través del análisis de la estabilidad lineal de las soluciones analíticas, por ejemplo, se obtienen ecuaciones notablemente precisas para el bombeo umbral, la frecuencia de las oscilaciones de relajación o el coeficiente de ganancia insaturada (o ganancia en pequeña señal) del medio activo.

Una herramienta fundamental para el estudio y predicción de los patrones transversos presentes en un láser es la curva de estabilidad neutra, la función $r_u(k)$ que representa el bombeo umbral de emisión de un modo de Fourier [75] descrito por su número de onda k . Esta curva se obtiene a partir de los autovalores complejos λ de la matriz de Lyapunov \mathcal{L} , que recoge el comportamiento del sistema en torno a una solución de equilibrio [30]. Se calcula a través de un análisis de estabilidad lineal en torno a la solución no-láser (E y P nulos, $D = D_u$). Como se detalla en [73] en un láser de clase B esta solución se encuentra en un bifurcación de Hopf [30], por lo que las soluciones serán aquellas cuya parte real sea nula ($\Re[\lambda] = 0$). A partir de esta condición se puede escribir el bombeo umbral como una función del resto de variables (principalmente el número de onda k , el coeficiente de difracción a y la desintonía normalizada δ).

La curva de estabilidad neutra indica las soluciones en las que el sistema se encuentra en equilibrio neutro. Esta forma de estabilidad se caracteriza porque, cuando se alteran levemente las variables del sistema, éste ni evoluciona para recuperar la configuración anterior (estabilidad positiva) ni tampoco tiende a alejarse aún más de la posición de equilibrio (estabilidad negativa). Como la curva de estabilidad muestra el bombeo umbral necesario para la autoamplificación de cada modo, permite estudiar qué modos de Fourier, identificados por su número de onda k , serán los primeros en autoamplificarse cuando se proporciona al sistema un bombeo determinado. A pesar de que esta curva está construida a partir de soluciones de la base de Fourier (para láseres de dimensión transversa infinita) la información que aporta, relacionando por ejemplo la presencia de un ensanchamiento inhomogéneo con la reducción de las diferencias entre los umbrales para distintas longitudes de onda (lo cual estabiliza el número de componentes que participan en la dinámica transversa

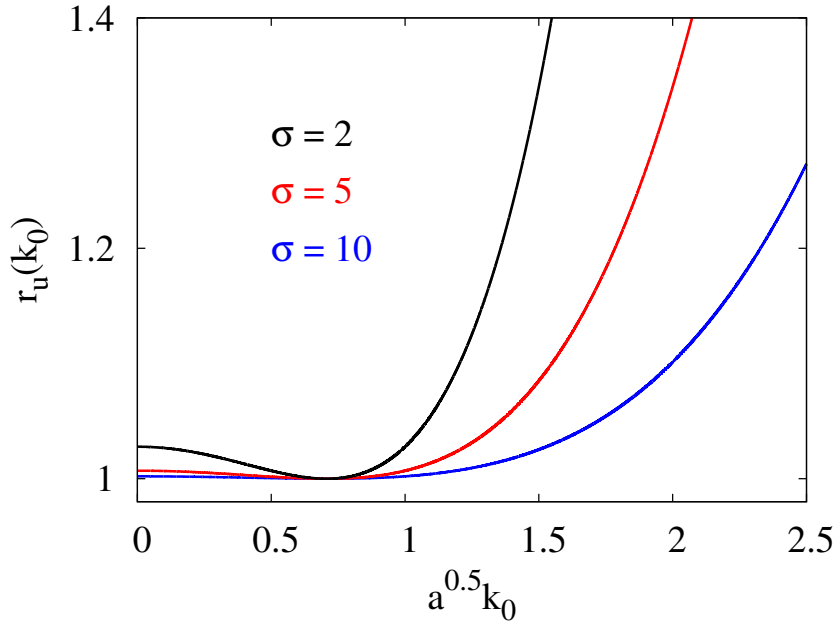


Figura 2.3: Curvas de estabilidad neutra para $\delta = 0,5$ y distintos valores de $\sigma = \kappa/\gamma_{\perp}$. Como el eje de abscisas está escalado en función de \sqrt{a} los mínimos se sitúan en $\sqrt{a}k_0 = \sqrt{\delta} \approx 0,71$.

cuando el bombeo es próximo al umbral [73]) es extrapolable a láseres de anchura finita.

Jakobsen *et al.* [76] demostraron que las ecuaciones de Maxwell-Bloch que describen un sistema láser de gran apertura, basado en átomos de 2 niveles y en configuración anular, tienen una solución exacta en forma de onda viajera cuando $\delta > 0$ (el caso con desintonía negativa presenta una bifurcación en el primer umbral láser hacia una solución espacialmente homogénea). Anulando la intensidad de estas soluciones analíticas se despeja el bombeo umbral $r_u(k_0)$ a partir del cual comienza la emisión de una solución k_0 dada. Así, en este sistema la curva umbral toma la forma:

$$r_u(k_0) = 1 + \left(\frac{\delta - a|k_0|^2}{\sigma + 1} \right)^2 \quad (2.82)$$

Para una desintonía positiva dada la curva umbral presenta un mínimo en $k_c = \pm\sqrt{\frac{\delta}{a}}$ (véase la figura 2.3). Este resultado se emplea para estimar la desintonía de una cavidad a partir del tamaño de las estructuras experimentales [70]. La solución asociada a este mínimo tiene un vector de onda ligeramente desalineado con respecto al eje de la cavidad, resultando el campo resonante con la transición atómica. El signo del k_c predominante dependerá únicamente del ruido del sistema [36], pues la degeneración es plena. Si el medio es sometido a un bombeo suficiente podrán aparecer varias ondas viajeras en distintos dominios, y en aquellos en los que interfieran ondas con igual k y amplitudes parecidas aparecerán ondas estacionarias.

Existen tres condicionantes geométrico-espectrales de gran importancia a la hora de estudiar el campo eléctrico resonante dentro de un sistema láser. Las primeras condiciones vienen dadas por la curva de ganancia del medio activo, que acota la zona del espectro electromagnético en la que se puede conseguir autoamplificación óptica (véase el capítulo 5). La segunda es función directa de la geometría de la cavidad y consiste en la colección discreta de frecuencias que verifican la condición de resonancia (constancia de la fase tras un ciclo completo). A estas condiciones se superpone la curva de estabilidad neutra, dependiente de parámetros difractivos, de la desintonía y del tipo de ensanchamiento de la curva de ganancia. Todos los modos de cavidad que caen dentro de la curva de ganancia son susceptibles de autoamplificación, pero en un sistema láser que evoluciona libremente serán aquellos con menor bombeo umbral los primeros en aparecer.

2.3. Los modos propios de la cavidad

Hasta ahora hemos descrito el campo láser como una onda plana de frecuencia ω , linealmente polarizada y que se propaga por el interior del resonador paralelamente al eje \hat{z} , pero no hemos avanzado todavía ni la forma geométrica de la función amplitud lentamente variable ni su comportamiento temporal. Para que un campo electromagnético persista en el interior de un resonador óptico su distribución de amplitudes y fases debe mantenerse reflexión tras reflexión, cumpliéndose la condición de resonancia consistente en que la onda interfiera constructivamente consigo misma. Denominamos modos propios de la cavidad a las soluciones del campo que satisfacen estos requisitos para una cavidad pasiva y cerrada. Un modo implica una distribución espacial del campo eléctrico (y por lo tanto de la intensidad) y, aunque existen modos degenerados, cada una de estas distribuciones tiene una frecuencia característica.

En función de su estructura espacial (longitudinal y transversal) los TEMs¹³ son etiquetados empleando 3 índices, siendo cada uno de ellos el orden del modo para cada una de las tres coordenadas espaciales o, dicho de otro manera, el número de nodos que el TEM presenta en una dimensión espacial. En el caso de que se empleen coordenadas cartesianas la nomenclatura es $TEM_{q,mn}$, mientras que para el caso de coordenadas cilíndricas se emplea la denominación $TEM_{q,pl}$.

Las soluciones para una cavidad activa con un extremo abierto (como es el caso de las cavidades de los láseres, en las que al menos uno de los espejos ha de tener una reflectancia menor que la unidad) son más complejas que los TEMs de la cavidad vacía y cerrada por dos reflectores totales. Para empezar el campo láser real tiene, además, que cumplir la ecuación de Maxwell-Bloch para el campo en un medio material, así como nuevas condiciones impuestas por los elementos intracavitarios (como es por ejemplo el medio activo). Por otro lado en general no es posible escribir un operador hermítico para la propagación de una onda electromagnética a lo largo

¹³A pesar de que *TEM* es el acrónimo inglés para *modo electromagnético transversal* se emplea indistintamente para la parte netamente transversa o para la combinación de esta con la estructura longitudinal.

de una trayectoria completa dentro de un resonador con un extremo abierto, por lo que no está garantizado que las autofunciones que genere formen una base completa (u ortogonal) [71], aunque esta posibilidad tampoco está necesariamente excluida. Los modos TEM, por su parte, sí forman una base completa, por lo que cualquier distribución arbitraria de energía que verifique la ecuación para el campo dentro de una cavidad cerrada puede ser expresada como una suma finita de modos TEM.

A pesar de estas discrepancias, incluyendo que los modos propios de la cavidad están definidos para el régimen de onda continua, incluso el campo electromagnético experimental de los láseres pulsados presenta un altísimo parecido con ellos, similitud que se da en un grado incluso mayor en los dispositivos de onda continua. La semejanza es tal que la distribución espacial de la intensidad de nuestro sistema se acomete perfectamente en términos de estas soluciones para la cavidad vacía, mientras que el comportamiento dinámico de la radiación emitida se puede descomponer en varias frecuencias ópticas discretas, cada una relacionada con un modo de la cavidad. Por eso los modos experimentales heredan la nomenclatura de los TEM y son rutinariamente etiquetados con los índices de los TEMs a los que se asemejan, hasta el punto de que la distinción entre un modo experimental y un TEM suele ser (y este texto no será en adelante una excepción a esta costumbre) completamente obviada.

En general, a no ser que se trate de limitar el número de modos presentes, los láseres presentan oscilación multimodal. La razón es que frecuentemente muchos modos longitudinales entran en la banda de la transición láser y, simultáneamente, muchos modos transversos son compatibles con el ancho del medio activo. Esta diversidad espectral puede resultar chocante en un sistema láser, conocidos por su altísima monocromaticidad, hasta que un análisis numérico demuestra lo extraordinariamente próximas que suelen ser todas las frecuencias presentes.

Una deducción completa de los modos gaussianos para una cavidad resonante excede los objetivos de esta memoria, por lo que nos limitaremos a realizar una descripción muy esquemática de la distribución espacial del campo (y la intensidad) asociada a cada TEM. Pese a que un modo está definido por la variación del campo a lo largo y ancho del resonador es útil considerar por separado el comportamiento longitudinal del transverso.

2.3.1. Modos longitudinales

La característica fundamental de los interferómetros de Fabry-Perot consiste en que la reflectividad de estas cavidades depende fuertemente de la relación entre su longitud y la frecuencia de un campo electromagnético que se propaga por su interior, siendo máxima cuando la diferencia de camino recorrido por sucesivas reflexiones es un múltiplo de la mitad de la longitud de onda. Para que un modo longitudinal sea una solución estacionaria en aproximación paraxial de una cavidad dada es necesario que maximice la reflectividad, y por lo tanto la distancia óptica del resonador impone una primera condición (discreta) sobre las longitudes de onda candidatas para la actividad láser. Estos modos tendrán, por lo tanto, una longitud

de onda que verifique:

$$\lambda_q = \frac{2L}{q} \quad (2.83)$$

donde L es la longitud óptica de la cavidad y q es un número natural (entero positivo). El número de onda k_q de este modo q -ésimo será, por lo tanto:

$$k_q = \frac{2\pi}{\lambda_q} = \frac{q\pi}{L} \quad (2.84)$$

Cuando se cumple la condición para la longitud de onda el cambio que sufre la fase del campo al recorrer la cavidad es $q\pi$ y la frecuencia de cada modo longitudinal es:

$$\nu_q = \frac{c}{2L}q \quad (2.85)$$

$$\omega_q = \frac{\pi c}{L}q \quad (2.86)$$

con lo que la distancia espectral entre modos consecutivos, denominada rango espectral libre, será de $\Delta\nu = \frac{c}{2L}$. En términos de frecuencias angulares esta separación espectral, profusamente empleada, es $\Delta\omega = \pi c/L$.

En nuestro sistema láser, por ejemplo, cuando se fija una cavidad de 300 mm y se emplea un medio activo de 60 mm de diámetro e índice 1,8 ($L = 300 \text{ mm} + 0,8 \times 60 \text{ mm} = 348 \text{ mm}$) la separación entre modos longitudinales es de unos 430 MHz. En un principio todos los modos que entren dentro de la anchura de ganancia del láser podrán oscilar. En un láser de Nd:YAG con una anchura de fluorescencia de 120 GHz y una anchura de ganancia de unos 12 GHz es posible la existencia simultánea de casi una treintena de modos longitudinales.

Si escribimos el rango espectral libre en función de la longitud de onda central de la anchura de ganancia λ_0 , que es mucho menor que la longitud óptica de la cavidad L , obtenemos¹⁴ que:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L} \quad (2.87)$$

así que para $\lambda_0 = 1064,1 \text{ nm}$ la diferencia de longitud de onda entre modos adyacentes es del orden de 0,03 nm.

En dispositivos tan sencillos como el nuestro el espectro de emisión es determinado por la curva de ganancia del medio activo y por las frecuencias propias de la cavidad de resonancia. Para calcular estas frecuencias no basta con considerar únicamente la parte longitudinal de los modos, pues la condición de resonancia ha de ser verificada por el modo completo, como se describe en 2.3.3. Independientemente

¹⁴Para obtener la expresión 2.87 evaluamos el valor absoluto de la derivada de λ_q (ecuación 2.83) con respecto a q en un entorno de λ_0 .

de la contribución transversa, en la mayoría de los láseres macroscópicos de estado sólido con actividad cercana al espectro visible (lo que implica longitudes de onda menores que una micra) varios picos de reflectividad del resonador caerán dentro de la curva de ganancia y, por lo tanto, varios modos longitudinales serán susceptibles de sufrir amplificación estimulada. La emisión láser resultante estará formada por los modos de cavidad que se amplifican más eficientemente y el comportamiento espacio-temporal de la radiación emitida estará regido, entre otras cosas, por la interacción de estos modos.

A partir de la ecuación 2.37 podemos escribir el campo eléctrico del modo longitudinal de orden q que se propaga paralelo al eje \hat{z} como:

$$\mathbf{E}_q(z, t) = \Re \left[\tilde{\mathbf{E}}_q e^{i(k_q z - \omega_q t + \phi_q)} \right] \quad (2.88)$$

donde \mathbf{E}_q es la amplitud vectorial, $k_q = \frac{\omega_q}{c}$ el número de onda y ϕ_q la fase inicial en $t = z = 0$ del modo de orden q .

La superposición de varios modos con distinto q producirá una emisión fuertemente dependiente de la relación entre las frecuencias, amplitudes y fases de los mismos. En el anexo A se exploran someramente algunos de los casos más paradigmáticos, como el batido de modos bloqueados en fase. En la sección 2.4.1, por otro lado, se emplea esta ecuación para explicar el fenómeno de quemado espacial de un único modo longitudinal (que, recordemos, es una solución estacionaria de las ecuaciones de Maxwell-Bloch dentro de la cavidad resonante).

Además de en la anchura espectral, los modos longitudinales influyen fuertemente en la longitud de coherencia de la radiación emitida. Esta intensidad, que está modulada como consecuencia de la superposición de modos con distinta longitud de onda, pierde la coherencia después de un tiempo relacionado con la separación en frecuencias de las distintas componentes, pues sus distintos ritmos de evolución impiden que sus relaciones de fase se mantengan indefinidamente [77]. En un resonador láser la longitud de coherencia vale:

$$l_c = \frac{c}{2\pi\Delta\nu} \quad (2.89)$$

En el caso más simple, en el que sólo existen dos modos longitudinales de frecuencias adyacentes, ambos interferirán produciendo la aparición de una modulación que se propagarán a lo largo del haz. La distancia entre los máximos de esta envolvente será el doble de la longitud de la cavidad (que es la longitud que tiene que recorrer un fotón para completar una vuelta completa) y como muestra la anterior ecuación es proporcional a la distancia de coherencia. El resultado de la superposición de un número mayor de modos longitudinales de cavidad se estudia brevemente en el anexo A.

Pese a la evidencia experimental de la coexistencia de varios modos longitudinales, en las simulaciones es frecuente considerar la existencia de un único modo longitudinal [78, 79] o, incluso, reducir la dimensionalidad del problema eliminando todas las dependencias en \hat{z} [73]. El medio activo pasa a modelarse como un disco

sin grosor, dividido en celdas transversas en las que se evalúan las ecuaciones de Maxwell-Bloch. Esta reducción dimensional del problema supone una disminución enorme de la complejidad del código empleado y del tiempo de simulación, y las predicciones teóricas que se obtienen mantienen un altísimo grado de similitud tanto cualitativa como cuantitativa con los resultados experimentales, evidenciando en estos casos que todos los modos longitudinales siguen la misma dinámica transversa.

Por supuesto todos los fenómenos asociados a los modos longitudinales, al bombeo no homogéneo a lo largo del eje \hat{z} o al efecto del resonador sobre la selección de frecuencias, desaparecen de las simulaciones al practicar esta reducción dimensional. Como los trabajos presentes en esta memoria se han centrado en el estudio de fenómenos de origen fundamentalmente transversos en láseres de gran apertura, en todas nuestras simulaciones hemos podido practicar esta técnica.

2.3.2. Modos transversos

Mientras que los modos longitudinales deben su estructura y número de nodos principalmente a los límites impuestos por la condición de resonancia dentro de la cavidad, la estructura de los modos transversos depende fuertemente de la difracción. Cuando la sección del medio activo es relativamente pequeña la sección transversa de la amplitud del campo eléctrico tiene forma de curva gaussiana [34]. Llamamos a esta distribución modo TEM_{00} . Cuando la cintura del haz gaussiano (dependiente de parámetros difractivos y de la geometría de la cavidad) es suficientemente menor que el diámetro del medio activo aparecen modos transversos de mayor orden, capaces de aprovechar la inversión de población de las zonas alejadas del eje de simetría de la barra láser.

Como se verá más adelante, si la simetría cilíndrica del medio activo es suficientemente respaldada por la cavidad y por el bombeo, los modos transversos presentarán invariancia frente a ciertas rotaciones y serán combinación lineal de la base de Gauss-Laguerre. Si por el contrario se rompe esta simetría, los modos experimentales pasarán a tener simetría cartesiana y a ser combinación de la base de Gauss-Hermite. Para una cavidad cerrada ambas bases son completas, por lo que en principio toda distribución ordenada que cumpla con la ecuación del campo es expresable como una suma finita de términos de una u otra; sin embargo experimentalmente se encuentran patrones transversos frecuentemente fáciles de expresar en términos de sólo una de ellas.

Es digna de mención la existencia de sistemas ópticos muy sencillos, basados en un par de lentes cilíndricas, capaces de transformar modos de una base en modos de otra a través de la manipulación anisotrópica de la fase de Gouy [80, 81]. Existe, además, una tercera base formada por los modos de Ince-Gauss [82], soluciones para la ecuación de ondas en aproximación paraxial expresadas de manera natural en coordenadas elípticas. Esta base es una generalización de las dos anteriores, que son casos particulares de modos de Ince-Gauss. Los elementos de esta familia de soluciones tienen orden p , grado m y elipticidad e ; en función del valor de este último parámetro la topología de los modos de Ince-Gauss varía entre las dos bases

anteriormente descritas.

Como ya se ha apuntado, a pesar de que estas bases estén definidas para interferómetros de Fabry-Perot vacíos y cerrados en régimen de onda continua, incluso en los láseres pulsados es esperable obtener distribuciones de intensidad enormemente similares a los modos teóricos, tanto que el ámbito de aplicación del término "modo transverso" se extiende rutinariamente a resultados experimentales obtenidos incluso con bombeos pulsados muy abruptos.

Parámetros como la divergencia del haz, su diámetro y por supuesto su distribución transversa de energía están gobernados por los modos transversos presentes en la radiación emitida. Para la inmensa mayoría de aplicaciones basadas en dispositivos láser es preferible que la radiación consista exclusivamente en un modo TEM_{00} . Sin embargo la necesidad de obtener mayores intensidades de salida empuja al uso de medios activos de mayor grosor, capaces de emitir con mayor potencia pero también más propensos a generar modos de mayor orden. Por esta razón el estudio de los fenómenos ligados a la aparición de estos modos (y al acoplamiento entre ellos, que puede dar lugar a una transición dinámica a la generación de estructuras filamentadas en el perfil transversal del haz) tiene un alto interés no sólo académico, sino también práctico.

Antes de pasar a describir las particularidades de los modos propios de cada base es recomendable definir unos términos fundamentales en el análisis de los haces gaussianos. El modo TEM_{00} fundamental, que es igual en ambas bases, se caracteriza por ser una solución de las ecuaciones de Maxwell-Bloch en aproximación paraxial, aplicable cuando la divergencia del haz es relativamente pequeña y el frente de ondas suficientemente plano. Esta aproximación permite omitir términos a partir del segundo orden en la ecuación de propagación obtenida a partir de las ecuaciones de Maxwell, resultando una diferencial de primer orden. La distribución gaussiana del campo eléctrico en torno al eje óptico es caracterizable en función de la anchura de haz w , la distancia al eje en la cual la amplitud del campo eléctrico ha disminuido en un factor $1/e$ con respecto al máximo situado en el centro (y, por lo tanto, la distancia en la que la intensidad es $1/e^2$ veces menor que en el máximo central). Atendiendo a esta magnitud, si un haz gaussiano incide sobre una abertura de radio w la energía transmitida será un 86,5 % de la incidente¹⁵. Es muy recomendable fijar el origen de la coordenada \hat{z} en el punto donde el ancho de haz es mínimo, o lo que es lo mismo, donde el frente de ondas es plano. La cintura del haz $w_0 = w(0)$ es por lo tanto el valor mínimo del ancho del haz gaussiano. En función de este término y de la longitud de onda del campo láser se define la distancia de Rayleigh z_R según:

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (2.90)$$

Este parámetro, que equivale a la distancia en la cual el tamaño del haz aumenta en un factor $\sqrt{2}$, permite escribir expresiones muy compactas para el ancho del haz $w(z)$ y para el radio de curvatura del frente de ondas $R(z)$:

¹⁵Para diafragmas de radio $1,5w$ ó $2w$ la energía transmitida sería del 98,9 % y del 99,97 %, respectivamente.

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2} \quad (2.91)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z} \right)^2 \right] \quad (2.92)$$

que verifica que $R(0) = \infty$. A partir de esta última expresión podemos calcular la distancia de Rayleigh para una cavidad dada. En nuestro caso el resonador está formado por un acoplador plano M_2 (situado en $z = 0$) que tiene una reflectancia del 70% y un reflector total M_1 con radio de curvatura $R_1 = -10$ m situado en $z = -l$, siendo l la longitud real total de la cavidad. Hemos empleado un radio de curvatura negativo porque el reflector total es nuestro espejo trasero. Para que el modo gaussiano sea estable es condición indispensable que la curvatura de su frente de ondas coincida con la del espejo en $z = -l$ así que empleando $R_1 = R(-l) = -l[1 + (z_r/-l)^2]$ podemos despejar $z_R = \sqrt{-R_1 l - l^2}$. Para una cavidad de 35 cm de largo obtenemos una distancia de Rayleigh de 1,84 m. Como la longitud de onda del haz es $\lambda = 1064,1$ nm la cintura de haz en nuestro resonador se puede obtener a partir de la ecuación 2.90, y es $w_0 = 0,79$ mm. Conocidas z_R y w_0 podemos saber el ancho del haz para todo z empleando la ecuación 2.91. En concreto podemos ver que el tamaño máximo del haz dentro de nuestro resonador, $w(-l)$, será de tan sólo 0,80 mm, por lo que en un medio activo de 3 mm de radio (como son todos los empleados) cabrán varios modos transversos.

La divergencia del haz α está determinada por el comportamiento asintótico de $w(z)$ para grandes valores de z :

$$\tan \alpha = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \lim_{z \rightarrow \infty} w_0 \sqrt{(1/z^2) + (1/z_R^2)} = \frac{w_0}{z_R} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (2.93)$$

Como en general $w_0 \gg \lambda$ se puede aproximar $\tan \alpha \simeq \alpha$. Para nuestro resonador $\alpha = 4,29 \times 10^{-4} \text{ rad} = 0,0246^\circ = 1'29''$.

Modos de Gauss-Hermite

Los modos experimentales más frecuentes en láseres de gran apertura bombeados por una o dos lámparas de descarga y sin mecanismo de selección de modos guardan un enorme parecido con los modos de Gauss-Hermite. En estos sistemas es muy difícil mantener una simetría cilíndrica suficientemente perfecta pues, incluso dando por adecuada la uniformidad del bombeo alrededor del medio activo, los errores residuales de alineación o incluso el bisel practicado a las barras láser para evitar que actúen como un segundo etalon provocan que una dirección transversa se vea beneficiada en detrimento de la normal a ella.

La deducción completa de las soluciones tipo Gauss-Hermite para la ecuación de ondas bajo aproximación paraxial de la envolvente lentamente variable de una onda esférica (que en condiciones de paraxialidad se comporta como una onda plana)

excede los objetivos de este texto, pero puede ser encontrada en algunos manuales de referencia en física del láser [34, 35].

En coordenadas cartesianas la envolvente del campo eléctrico del modo de (GH) de orden m, n toma la forma:

$$U_{mn}(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{i(m+n+1)[\psi(z_2)-\psi(z_1)]}}{\sqrt{2^{m+n}m!n!}} \frac{H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right)}{w(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{w(z)^2}} e^{-i\frac{k}{2} \frac{x^2+y^2}{R(z)}} \quad (2.94)$$

donde H_m y H_n son los polinomios de Hermite de orden m y n , respectivamente. La envolvente de la intensidad es proporcional a $|U_{mn}|^2$:

$$I_{mn}(x, y, z) = I_0(z) \left[H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) e^{-\left(\frac{x}{w(z)}\right)^2} \right]^2 \times \left[H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) e^{-\left(\frac{y}{w(z)}\right)^2} \right]^2 \quad (2.95)$$

perdiéndose a causa del producto entre complejos conjugados un término de fase dependiente del radio de curvatura y del número de onda k y otro dependiente del orden de los modos y la fase de Gouy¹⁶, el corrimiento de fase que sufre en su propagación un haz gaussiano en relación a la fase de una onda plana [83]. Como muestra la figura 2.4 la estructura de la distribución transversa de intensidad de estos modos, además de por la envolvente gaussiana, está determinada por los polinomios de Hermite. Es conveniente señalar que $I_0(z)$ es una función dependiente de z y no una constante, ni siquiera para unos valores de (q, mn) dados, pues ha absorbido la modulación del haz gaussiano $\propto 1/w^2(z)$.

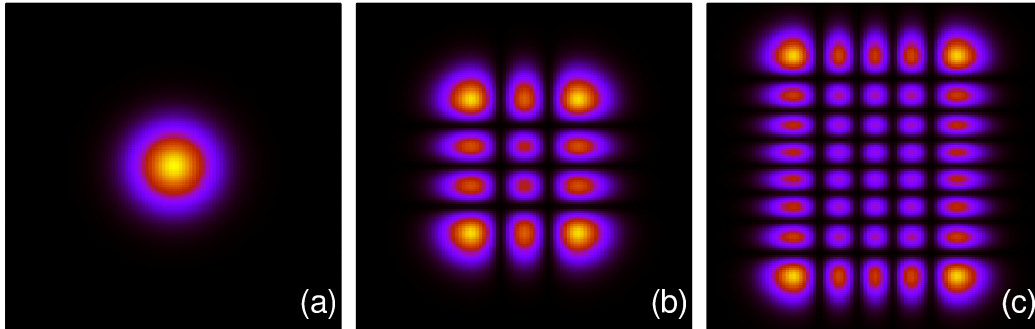


Figura 2.4: Distribuciones de intensidad de diferentes modos de Gauss-Hermite.

(a) $I_{00} \propto H_0(x) \times H_0(y)$, (b) $I_{23} \propto H_2(x) \times H_3(y)$, (c) $I_{47} \propto H_4(x) \times H_7(y)$.

Esta expresión es inmediatamente separable en (x, z) e (y, z) o en variables adimensionalizadas del tipo $x/w(z)$. Las variables x y y están completamente separadas entre sí, pero mantienen una relación con z a través de la envolvente suavemente variable, dependiente de la posición en el interior de resonador y de las curvaturas

¹⁶ $\psi(z) = -\arctan \frac{z}{z_R}$ cuando la cintura del haz, el punto en el que el frente de ondas del haz gaussiano es plano, se sitúa en $z = 0$.

de los reflectores que lo forman. Los polinomios de Hermite H_m y H_n serán los que fijarán las características principales de la estructura, mientras que el resto de los términos modularán esta topología dentro de una envolvente gaussiana. Los índices m y n indican el número de nodos (franja en las que la intensidad de anula) que presentará el patrón en la dirección x e y , respectivamente.

Modos de Gauss-Laguerre

La ecuación del campo en aproximación paraxial también admite soluciones exactas basadas en polinomios generalizados de Laguerre (o polinomios de Sonin). La figura 2.5 recoge algunos modos pertenecientes a esta familia. Estas soluciones se expresan de manera natural en coordenadas cilíndricas y, para el modo TEM_{pl} , tienen una distribución de la intensidad de la forma:

$$I_{pl}(r, \phi, z) = I_0 \varrho^l [L_p^l(\varrho)]^2 \cos^2(l\phi) e^{-\varrho} \quad (2.96)$$

donde L_p^l es el polinomio generalizado de Laguerre de orden p y grado l .

A pesar de que la simetría cilíndrica es extraordinariamente delicada y de que experimentalmente es más probable encontrar patrones transversos tipo Gauss-Hermite o Ince-Gauss, algunas de las imágenes obtenidas durante los experimentos tienen estructuras tipo Gauss-Laguerre.

Modos de Ince-Gauss

Al igual que las dos familias anteriores, los modos de Ince-Gauss forman una base completa y ortogonal en función de la cual se puede expresar cualquier campo paraxial. También son soluciones exactas de la ecuación de ondas paraxial y su forma no evoluciona durante la propagación (son estructuralmente estables). Como ya se ha adelantado, los modos de las otras bases son soluciones particulares dentro de la variedad de modos de Ince-Gauss, que varían de manera continua entre unos y otros en función de su elipticidad. Así, los Gauss-Laguerre son modos de Ince con $\epsilon = 0$ y los Gauss-Hermite con $\epsilon = \infty$ [84, 85] (véase la figura 2.6).

La distribución transversa de estos modos está formada por dos polinomios de Ince [86] de igual paridad, una exponencial gaussiana y una fase asociada a la propagación. La envolvente del campo de los modos pares toma la forma:

$$IG_{p,m}^e(r, \epsilon) = \mathcal{C} \frac{w_0}{w(z)} C_p^m(i\xi, \epsilon) C_p^m(\eta, \epsilon) e^{-r^2/w(z)^2} e^{i\left[\frac{kr^2}{2R(z)} - (p+1)\psi(z)\right]} \quad (2.97)$$

donde \mathcal{C} es un constante de normalización, C_p^m es el polinomio par de Ince de orden p y grado m , ξ es la variable elíptica radial y η la angular. Los polinomios impares se construyen de manera análoga empleando la constante de normalización \mathcal{S} y polinomios de Ince impares S_p^m . En la figura 2.7 se muestran modos de Ince de alto

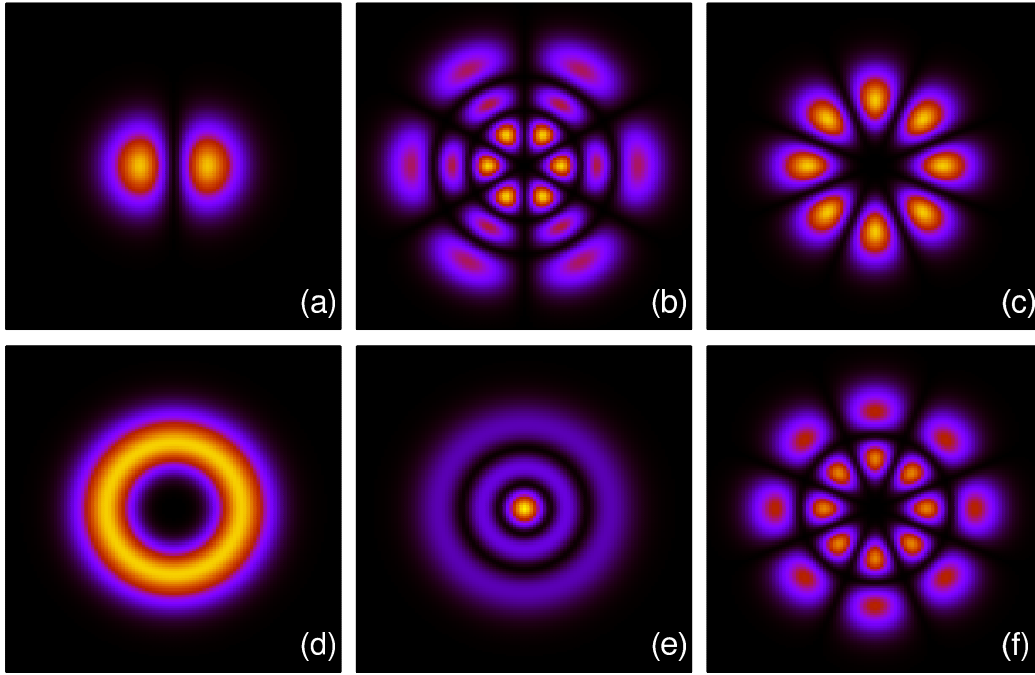


Figura 2.5: Distribuciones de intensidad de diferentes modos de Gauss-Laguerre. (a) $I_{01} \propto L_0^1(\rho)$; (b) $I_{23} \propto L_2^3(\rho)$; (c) $I_{04} \propto L_0^4(\rho)$; (d) $I_{0i} \propto L_0^l(\rho)$; (e) $I_{20} \propto L_2^0(\rho)$; (f) $I_{14} \propto L_1^4(\rho)$. Todas las imágenes corresponden a modos canónicos con la excepción de (d), que muestra el llamado TEM_{0i} . Esta distribución resulta de la superposición de dos modos con $p = 0$ y un mismo $l \neq 0$ rotados $\pi/2l$ (y por lo tanto desfasados $\pi/2$) entre sí. Como $\cos^2(l\phi) + \cos^2(l\phi + \frac{\pi}{2}) = 1$, la distribución de intensidad resultante no presenta variación en ϕ , por lo que aparece un anillo. En la imagen se representa el caso $l = 1$.

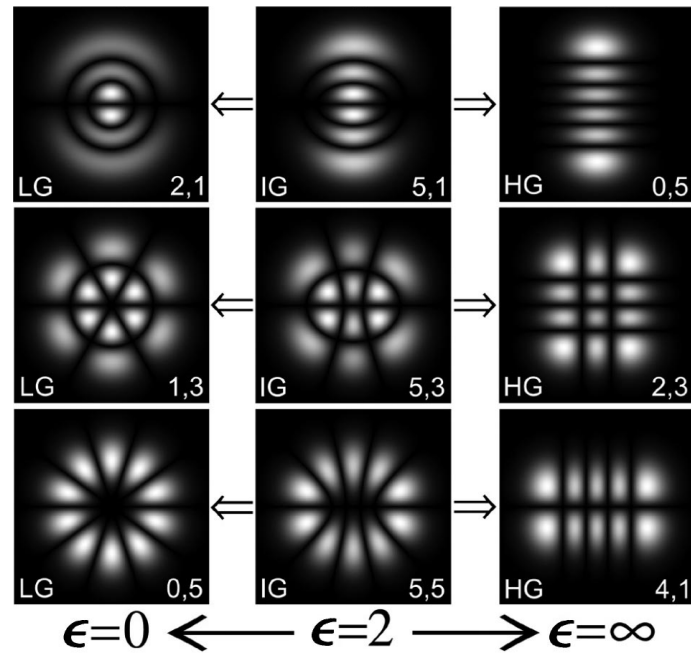


Figura 2.6: Distribuciones de intensidad transversa de modos pertenecientes a las tres bases explicadas: la columna de la izquierda está formada por modos de Gauss-Laguerre, la central por Ince-Gauss y la derecha por Gauss-Hermite. Tomado de *Ince-Gaussian modes of the paraxial wave equation and stable resonators* (M.A. Bandres y J.C. Gutiérrez-Vega, (2004). *Journal of the Optical Society of America A*, 21(5), 873-880) [84].

orden bastante similares a algunos de los patrones transversos de nuestro dispositivo láser.

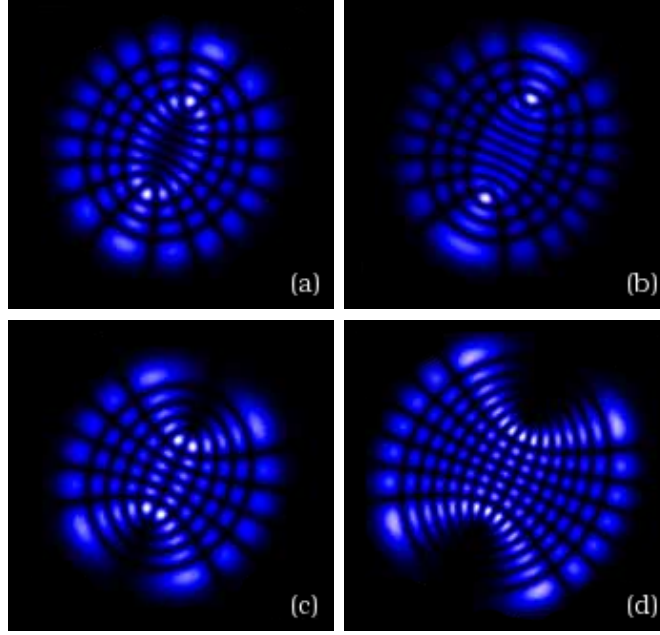


Figura 2.7: Distribuciones transversas de intensidad correspondientes a varios modos de Ince-Gauss, extraídas de *Single-frequency Ince-Gaussian mode operations of laser-diode-pumped microchip solid-state lasers* (T. Ohtomo, K. Kamikariya, K. Otsuka S-C. Chu, (2007). *Optics Express*, 15(17), 10705-10717) [87]. (a) Modo de orden $p = 15$ y grado $m = 9$ con $\epsilon = 4$; (b) $p = 15$, $m = 9$ y $\epsilon = 6$; (c) $p = 14$, $m = 6$ y $\epsilon = 5$; (d) $p = 20$, $m = 6$ y $\epsilon = 8$.

2.3.3. Frecuencias de los modos completos de la cavidad

En dispositivos como el nuestro el espectro de emisión es determinado por la curva de ganancia del medio activo y por las frecuencias propias de la cavidad de resonancia. Para calcular esta frecuencia no basta con considerar la parte longitudinal de los modos, pues la condición de resonancia ha de ser verificada por el vector de onda del modo completo y no sólo por su proyección sobre el eje \hat{z} . Sin embargo en los resonadores formados por espejos con un radio de curvatura mucho mayor que la longitud de la cavidad la separación en frecuencias entre modos transversos es menor que la separación entre modos longitudinales, de modo que son estos últimos los que impondrán un criterio de selección con mayor peso a la hora de fijar las frecuencias de emisión del láser.

La parte espacial de un TEM completo de orden (q, mn) toma la forma:

$$E_{q,mn}(r, z) = U_{mn}(r)e^{-ik_{q,mn}z} \quad (2.98)$$

por lo que su fase total, que sólo depende de z (ver 2.94), será:

$$\phi(z) = kz - (m + n + 1)\psi(z) \quad (2.99)$$

La condición de resonancia dentro de una cavidad impone que la diferencia de fase entre los extremos de la misma sea igual a un número entero de veces π . De este modo se produce una resonancia constructiva y el modo láser tiene una frecuencia que cae en uno de los picos de reflectividad del resonador. Si los extremos de la cavidad están situados en z_1 y z_2 cumplirán con la condición de resonancia todos los modos cuyos órdenes verifiquen:

$$\phi(z_2) - \phi(z_1) = q\pi = k(z_2 - z_1) - (m + n + 1)[\psi(z_2) - \psi(z_1)] \quad (2.100)$$

Como la cantidad $z_2 - z_1$ es igual a la longitud l de la cavidad y el número de onda verifica $k_{q,mn} = \frac{\omega_{q,mn}}{c} = 2\pi \frac{\nu_{q,mn}}{c}$ la frecuencia del modo resonante de orden (q, mn) será:

$$\nu_{q,mn} = \frac{c}{2l} \left[q + (m + n + 1) \frac{\Delta\psi}{\pi} \right] \quad (2.101)$$

donde $\Delta\psi$ es la variación de la fase de Gouy entre ambos extremos de la cavidad¹⁷. Como en nuestro resonador (formado por un reflector total plano y un acoplador con 10 m de radio de curvatura) el factor $\Delta\psi/\pi$ va a ser siempre menor que 1/2, la separación entre modos longitudinales sucesivos ($q, q + 1, q + 2...$) será mayor que entre modos transversos adyacentes. La figura 2.8 muestra la relación entre frecuencias longitudinales y transversas en función de la geometría del resonador.

En la mayoría de los láseres macroscópicos de estado sólido con actividad cercana al espectro visible (y por lo tanto longitudes de onda comparables o inferiores a la micra) varios modos longitudinales tendrán frecuencias que caerán dentro de la curva de ganancia y, por lo tanto, serán susceptibles de sufrir amplificación estimulada. Modulando a cada modo longitudinal pueden existir varias estructuras transversas. La emisión láser resultante estará formada por la superposición de los modos de cavidad que se amplifican más eficientemente y el comportamiento espacio-temporal de la radiación emitida estará regido, en gran medida, por la interacción entre ellos. Espectralmente hablando la salida del láser dependerá, por lo tanto, de las características del medio activo (curva de ganancia), de los picos de reflectividad del resonador óptico (modos de cavidad) y de la interacción entre las distintas distribuciones del campo láser.

2.3.4. El número de Fresnel

Una herramienta muy útil para estudiar las pérdidas por difracción que sufre cada modo transversal en un láser es el número de Fresnel N_F , definido para un

¹⁷Para una cavidad formada por un reflector total esférico, situado en $z = -l$, y un acoplador plano situado en $z = 0$, el valor de la fase de Gouy es nulo en el acoplador (donde el frente de ondas es plano) y por lo tanto $\Delta\psi = -\psi(-l) = \arctan \frac{l}{z_R} = \arctan \frac{l\lambda}{\pi w_0^2}$.

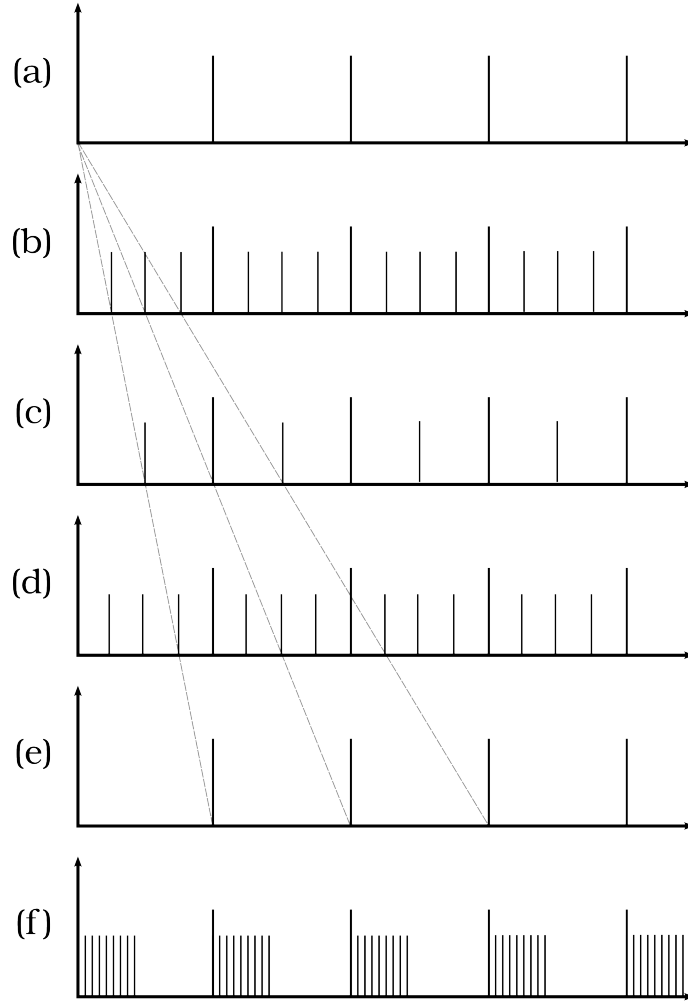


Figura 2.8: Distribución de frecuencias de los modos propios de la cavidad para resonadores de diferente geometría. Las frecuencias correspondientes a los armónicos longitudinales (segmentos más altos) siempre están separadas por un múltiplo de $c/2l$. Las líneas discontinuas unen las frecuencias de modos con iguales índices (q, mn) . (a) Resonador plano, en el que la parte transversa del campo no puede cumplir la condición de resonancia y por lo tanto no existen modos transversos. (b) Resonador formado por reflectores con un radio de curvatura mayor que l y con $\Delta\psi = \pi/4$. Como la variación de la fase de Gouy es menor que $\pi/2$ las frecuencias de los modos transversos se sitúan cerca de su modo axial. Un resonador que tenga un espejo completamente plano y el otro con un radio de curvatura igual a $2l$ tendría un espectro igual al representado en esta figura. (c) Resonador confocal ($R_1 = R_2 = l$, $\Delta\psi = \pi/2$). La separación entre modos transversos equivale a la mitad de la separación entre modos longitudinales, de manera que existe una degeneración expresable como $\nu_{q, mn+2i} = \nu_{q+i, mn}$ para todo i entero. (d) Resonador en el que la curvatura de los reflectores es próxima a l y $\Delta\psi = 3/4$. A pesar de que la cavidad tiene el mismo espectro que en el caso b en este resonador la separación entre modos transversos es tan grande que estos se sitúan en la vecindad de modos con diferente orden axial q . (e) Resonador concéntrico ($R_1 = R_2 = l/2$, $\Delta\psi = \pi$). Como el resonador tiene simetría esférica la degeneración entre modos longitudinales y transversos es plena. (f) Resonador con una distribución espectral similar a la de nuestro dispositivo, en el que el reflector total es plano, el acoplador tiene un radio de curvatura de 10 m y $l \approx 30$ cm, por lo que $\Delta\psi \approx 0,1$. En nuestro caso nos encontramos con una separación entre modos axiales de unos 500 MHz, mientras que los transversos se sitúan aproximadamente cada 30 MHz.

resonador plano-cóncavo de baja curvatura [34] como:

$$N_F \equiv \frac{b^2}{\lambda l} \quad (2.102)$$

Este parámetro adimensional relaciona el radio b de la apertura que limita el tamaño transverso del haz (y que, en el caso de que no existan elementos intracavitarios, suele ser el ancho del medio activo), la longitud del resonador l y la longitud de onda de la radiación λ . Se puede interpretar el número de Fresnel como el cociente entre el ángulo de aceptación b/l de un espejo, visto desde el centro del otro reflector, y el ángulo de difracción λ/b del haz (el ángulo que separaría sucesivos máximos de difracción de una onda electromagnética plana de longitud λ difractada por una apertura de radio b). Cuando $N_F \leq 1$ las pérdidas por difracción serán altas, especialmente las asociadas a los modos de mayor orden, por lo que la emisión resultante estará controlada por estas pérdidas difractivas. En contraposición, cuando el número de Fresnel es alto las pérdidas por difracción tienen menos importancia y pueden aparecer modos de alto orden ocupando buena parte del ancho del medio activo.

Este parámetro fue introducido en el contexto de la teoría de la difracción como un indicador que permite predecir el régimen difractivo obtenido sobre una pantalla situada a una distancia l de una apertura de diámetro $2b$ sobre la que incide una onda electromagnética y monocromática caracterizada por su longitud de onda. Cuando el número de Fresnel es igual o mayor que la unidad se produce difracción de Fresnel (o de campo cercano), mientras que cuando este parámetro es menor que la unidad se produce difracción de Fraunhofer (o de campo lejano). Su extrapolación al análisis de resonadores permite predecir el orden máximo de los modos presentes en la emisión láser y, a partir de esta predicción, estimar el número total de modos transversos.

En base al número de Fresnel se pueden clasificar los láseres según su apertura y estimar no sólo el orden máximo de los modos transversos capaces de amplificarse en un resonador, sino también el tamaño de las estructuras que van a aparecer en el patrón transversal [35, 70]. Interpretando el número de Fresnel como el cociente entre el ángulo de aceptación y el ángulo que subtiende el espacio internodal de un modo transversal es fácil ver que N_F será una primera estimación del orden máximo que puede tener un modo de Gauss-Hermite en una cavidad dada y, por lo tanto, N_F^2 nos dará un valor aproximado del número máximo de modos transversos permitidos en una cavidad pasiva. La generalización de esta aproximación a una cavidad activa falla, pues la influencia del bombeo, las pérdidas o la saturación de ganancia del medio activo hacen que este razonamiento puramente geométrico sea insuficiente a la hora de elaborar una imagen fidedigna de un sistema láser al no dar cuenta de los mecanismos de selección presentes. Como mostraron Calderón *et al.* [88] el número de modos que son amplificados en un resonador activo, cuando los bombeos son altos, es proporcional a N_F y no a su cuadrado.

La mayoría de los resonadores estables tienen números de Fresnel medianamente altos. En nuestro sistema experimental, por ejemplo, según la separación entre espejos tendremos un N_F situado entre 25 y 50. Las cavidades con números de Fresnel

menores se emplean, por ejemplo, en láseres de alta potencia en los que las altas pérdidas por difracción impiden la aparición de modos de alto orden.

2.4. Desorden e inestabilidades en láseres

En el presente contexto denominamos inestabilidad espacio-temporal a todo comportamiento que difiera de una emisión con intensidad constante en el tiempo y uniforme¹⁸ en el espacio. Esta definición es tan breve como inocente: la inmensa mayoría de los láseres de onda continua, especialmente los de gran apertura, presentan un comportamiento que sólo puede ser clasificado como inestable; los láseres pulsados, por definición, sólo podrán presentar estabilidad temporal durante unos tiempos menores que la duración del pulso de bombeo. Partiendo de este punto podemos discutir cómo de inestable es un láser en un régimen dado pero no si presenta o no alguna forma de inestabilidad, porque la estabilidad absoluta no está presente ni siquiera en los láseres teóricos contruidos a partir de los modelos más simples (a no ser, claro está, que se abandone toda intención de emplear modelos realistas). Por otro lado quedan convenientemente fuera de esta definición las inestabilidades en la frecuencia de emisión, aunque no los fenómenos de origen espectral que afecten al comportamiento temporal o espacial de la intensidad radiada.

La eficiencia de la inmensa mayoría de las aplicaciones láser depende directamente de la calidad del haz y de la estabilidad de la emisión. Cuanto mayor es la coherencia espacial del haz menor es la zona en la que se puede focalizar y, por lo tanto, mayores serán las intensidades alcanzables sobre el objetivo de su acción. El haz ideal tendrá forma de modo fundamental gaussiano, alta coherencia espacial y una intensidad que evoluciona lentamente con el tiempo. Sin embargo cuando se busca obtener una mayor intensidad de emisión y, para ello, se aumenta el bombeo, se puede alcanzar un punto en el que el material sufra daños (como la solarización o incluso la fractura térmica). La solución habitual pasa por emplear medios activos de mayor grosor, en los que tanto el bombeo como la radiación láser se repartan en un volumen mayor. Sin embargo el aumento de grosor permite la aparición de modos de mayor orden y, en consecuencia, el comportamiento de la radiación se vuelve complejo y difícil de controlar. La predicción de los umbrales a partir de los cuales se imponen estos comportamientos y el estudio de los fenómenos que los provocan, con el objetivo de controlarlos o incluso suprimirlos, son aspectos fundamentales tanto de la física del láser como de la construcción de dispositivos concretos.

En esta sección describiremos someramente algunas formas de inestabilidad estudiadas en los trabajos experimentales. Todos estos fenómenos han sido objeto de análisis por numerosos autores [21, 27, 29, 48, 89]. La complejidad y variedad de estos comportamientos obliga, por otro lado, a realizar distintas aproximaciones a la hora de tratarlos teórica y numéricamente, lo que dificulta aún más el análisis simultáneo de varios fenómenos.

¹⁸Por *uniforme* no se debe entender *constante*, sino que sigue una distribución aproximadamente gaussiana.

2.4.1. Inestabilidades en la intensidad de salida

La intensidad de salida es la energía emitida por el sistema láser por unidad de tiempo y de superficie. Cuando hablamos de intensidad total nos referimos a la potencia de emisión del dispositivo, mientras que cuando trabajamos a escalas reducidas con respecto a la sección del medio activo, generalmente para estudiar fenómenos relacionados con la dinámica transversa, hablamos de intensidad local. Los láseres reales exhiben una amplísima variedad de comportamientos transitorios o de modulaciones temporales de muy diversos orígenes e importancia en ambas escalas espaciales. Desde las fuertes oscilaciones de relajación hasta las distorsiones ocasionadas por la vibración del sistema experimental, los fenómenos responsables de alejar al sistema láser de un comportamiento suave, periódico y ordenado son tan ricos y complejos que incluso intentar clasificarlos en categorías separadas excede con creces los objetivos de esta memoria. En esta sección se comentarán algunos de los comportamientos más relevantes, fáciles de identificar y de comprender presentes en la intensidad de salida del láser pulsado de clase B empleado en los experimentos. Algunos de estos fenómenos, como las oscilaciones de relajación, aparecen espontáneamente en las simulaciones numéricas realizadas a partir de sistemas extraordinariamente simplificados, lo que prueba que estos comportamientos son consustanciales a la naturaleza de los láseres a un nivel muy profundo. Otros, como las oscilaciones de polarización [90], han de ser introducidos explícitamente en las ecuaciones, pues su origen físico más primitivo se ha cercenado durante la elaboración del modelo al optar por algunas simplificaciones imprescindibles a la hora de buscar un código suficientemente ligero como para ser práctico.

Necesariamente muchísimos efectos poco influyentes en nuestro láser han de quedarse fuera para poder dedicar una atención adecuada a los que sí influyen en su funcionamiento de un modo evidente; administrar nuestra atención entre unos y otros efectos ha sido una tarea de no poca importancia durante la realización del trabajo experimental que recoge esta memoria.

Bloqueo de modos

La coexistencia de varios modos longitudinales produce una intensidad total que acusa esta riqueza espectral a través de distintos tipos de modulaciones. El resultado de esta interferencia depende enormemente del acoplo en fases entre distintos modos (o de la ausencia de él), así como de la intensidad relativa entre ellos. En ocasiones se prefiere evitar esta modulación, para lo cual se construyen cavidades en las que un único modo longitudinal cae dentro de la zona donde la ganancia es capaz de superar las pérdidas de la cavidad, o se emplean técnicas como el *feedback* filtrado [52, 53]. Otras veces, por el contrario, se busca explotar algunas características de la emisión de un láser multi-modal, por lo que se interviene sobre las fases relativas de los modos, forzando su acoplamiento para que el láser opere en régimen de bloqueo de modos. La razón más frecuente para buscar este segundo escenario es el deseo de obtener pulsos cortos, intensos y periódicos para su uso en aplicaciones que precisen concentrar la energía del láser en destellos breves y muy energéticos.

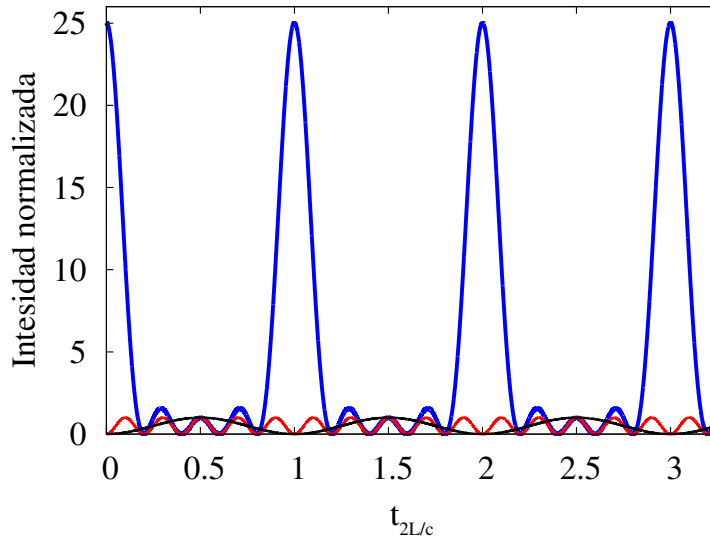


Figura 2.9: Cuadrado de la envolvente $A(0, t)$ (azul), cuadrado del numerador (rojo) y cuadrado del denominador (negro) para la superposición en fase de 5 modos de amplitud unidad. El eje de abscisas está escalado en función del tiempo que tarda un fotón en completar una vuelta de la cavidad $2L/c$, tiempo que coincide con el semiperiodo del denominador, y el de ordenadas en unidades de $|\hat{\mathbf{E}}_0|^2$.

Como se desarrolla en el anexo A, cuando en la cavidad coexisten N modos longitudinales de amplitud similar $\hat{\mathbf{E}}_0$ y que se mantienen, natural o forzadamente, en fase, el campo total es describible en términos de una onda portadora de alta frecuencia modulada por una envolvente $A(z, t)$ más lenta, que en este caso es:

$$A(z, t) = \hat{\mathbf{E}}_0 \frac{\sin[\frac{N\Delta\omega}{2}(\frac{z}{c} - t)]}{\sin[\frac{\Delta\omega}{2}(\frac{z}{c} - t)]} \quad (2.103)$$

En los puntos en los que $\frac{\Delta\omega}{2}(\frac{z}{c} - t) = u\pi$, con $u \in \mathbb{Z}$, la amplitud de la envolvente vale:

$$A|_{\frac{\Delta\omega}{2}(\frac{z}{c} - t) = n\pi} = (-1)^{n+N} \hat{\mathbf{E}}_0 N \quad (2.104)$$

con lo que la intensidad de la radiación láser presentará máximos de intensidad iguales a $|\hat{\mathbf{E}}_0|^2 N^2$, que son N^2 veces más energéticos que la intensidad individual de cada uno de los diferentes modos longitudinales (véase la figura 2.9) y N veces más potentes que la intensidad media emitida por el láser a lo largo de un ciclo completo. Estos máximos ocurrirán regularmente cada $1/\Delta\nu = 2L/c$, o lo que es lo mismo, entre un máximo y el siguiente transcurrirá el tiempo que necesita un fotón para completar una vuelta a la cavidad resonante, lo que permite ajustar la cadencia de repetición interviniendo sobre la longitud de la cavidad.

Los métodos pasivos se basan en la introducción de elementos intracavitarios que provocan una auto-modulación de la luz, mientras que en los activos se emplea una señal externa para inducir esta modulación a través de distintas técnicas.

Los elementos acustoópticos permiten el bloqueo de modos trabajando tanto en el dominio del tiempo como en el de frecuencias [91]. En el primer caso se emplea el elemento acustoóptico para variar las pérdidas de la cavidad actuando sobre el alineamiento o atenuando la radiación intracavitaria. De este modo se dota al láser de una suerte de interruptor que permite o impide la autoamplificación de la luz. Un medio activo se puede bombear hasta que acumule una gran inversión de población sin que se produzca emisión si las pérdidas se mantienen suficientemente altas. Si, tras almacenar una gran inversión, se conmuta bruscamente la cavidad, todos los modos comenzarán a autoamplificarse simultáneamente y en el tiempo que tarda un fotón en recorrer la cavidad la radiación láser alcanzará un valor muy elevado. Como todos los modos habrán empezado a propagarse simultáneamente, la relación entre sus fases se mantendrá constante y aparecerá un pulso de enorme intensidad y muy baja duración. Cuando se sincroniza el interruptor óptico con el tiempo $T = 2L/c$ que tarda un fotón en recorrer la cavidad se producen sucesivos pulsos de modos bloqueados.

Aunque el acoplamiento de modos mediante un elemento acustoóptico operando en el espacio de frecuencias responde a un fenómeno distinto produce pulsos con la misma cadencia de repetición. En este segundo caso se busca introducir una modulación periódica en la intensidad de un modo longitudinal presente en la cavidad, sin llegar a extinguirlo. Si la modulación tiene una frecuencia f (controlada por la señal que dirige al elemento acustoóptico) y el modo longitudinal una frecuencia ν_q , en el dominio de las frecuencias aparecerán dos bandas situadas en $\nu_q \pm f$. Si se regula f para hacerla coincidir con $\Delta\nu_q = c/2L$ (la separación entre modos longitudinales de la cavidad) se forzará el acoplo en fase de estos tres modos. Como los modos laterales, a su vez, sufrirán la misma modulación que el central, aparecerán sucesivas bandas que irán acoplando todos los modos axiales presentes en la cavidad.

Un último método activo de acoplo en fases se basa en el bombeo modulado del medio activo. Generalmente para realizar esta técnica se bombea con un láser bloqueado en modos, un régimen muy distinto al empleado en nuestros experimentos.

El acoplo pasivo, basado en el uso de elementos intracavitarios, suele conseguirse mediante el uso de absorbentes saturables, frecuentemente en forma de películas independientes o de recubrimientos incorporados a reflectores (denominados SESAMs, acrónimo de *semiconductor saturable absorber mirror*). Estos materiales presentan una transmitancia que depende de la intensidad que incide sobre ellos, atenuando más las señales menos intensas. Los picos de emisión, por lo tanto, pueden atravesar los absorbentes saturables sufriendo menos pérdidas, por lo que en una cavidad dotada con uno de estos elementos un pulso de alta intensidad formado por el acoplo casual de varios modos podrá propagarse con libertad, mientras que las componentes desacopladas se extinguirán. El resultado será por lo tanto la autoamplificación de modos acoplados en fases.

Otra forma de conseguir este tipo de acoplo es mediante el efecto Kerr. Este fenómeno no-lineal se basa en la variación del índice de refracción de determinados medios en función de la intensidad que se propaga por ellos. Un medio que presente efecto Kerr se comportará como una lente de mayor potencia para pulsos de mayor intensidad; jugando con esta propiedad y con el tamaño de los reflectores (o con

diafragmas intracavitarios) se puede conseguir que una cavidad inestable para la operación en régimen de onda continua sí sea estable para pulsos de alta intensidad, lo que conduce a la amplificación de estos últimos en detrimento del resto de la radiación.

Por último es importante mencionar que la calidad de un acoplo entre distintos modos se ve limitada por la naturaleza dispersiva de los elementos presentes dentro de la cavidad, pues la dispersión hace que los modos de distinta frecuencia necesiten tiempos diferentes para recorrer la distancia entre los reflectores, con lo que la relación entre sus fases no podrá mantenerse invariante. La dispersividad de la cavidad, de este modo, limita la fracción del ancho de la curva de ganancia aprovechable para realizar bloqueo de modos y, por lo tanto, el número N y con él la intensidad, duración y frecuencia de repetición de los pulsos.

Obtenido a través de esta amplia variedad de técnicas, el bloqueo de modos se explota (normalmente en conjunción con otros efectos) en fusión nuclear inducida por láser, generación no lineal de segundos armónicos, conversión descendente paramétrica, osciladores ópticos paramétricos, generación de radiación en el rango de los terahertzios, cirugía (por ejemplo en LASIK) y en general en todo tipo de aplicaciones que precisen de pulsos de alta energía, corta duración y alta cadencia de repetición.

Debido a que en nuestro láser pulsado el bloqueo de modos se produce sólo de manera parcial, no siendo reforzado por la presencia o acción de elementos destinados a tal fin, este fenómeno no es predominante e induce, tan sólo, un pico poco marcado de frecuencia $\Delta\nu_q$ situado en el espectro de intensidad.

Oscilaciones de relajación y *spiking*

Estos términos se refieren a formas similares de variaciones de la intensidad total radiada por los láseres relativamente lentas en comparación con los tiempos de decaimiento del campo eléctrico o de la polarización, de gran amplitud y cadencia de repetición aproximadamente constante. Son exhibidas por muchos tipos de láseres tanto al ser encendidos como al ser perturbados, ya sea mediante fluctuaciones en el bombeo o variaciones fuertes en la ganancia, en el perfil de pérdidas o en la alineación de la cavidad. El *spiking* y las oscilaciones de relajación son expresiones de una misma relación acoplada y oscilante que se da entre la inversión de población y la radiación láser en la mayoría de los láseres de clase B, en los que el tiempo de evolución de la inversión de población es mucho mayor que el tiempo de evolución del campo eléctrico.

Para explicar ambos fenómenos es frecuente emplear un modelo muy simplificado de las ecuaciones de balance de un láser de 4 niveles. Este modelo se expone en el anexo B, donde a partir de un análisis de estabilidad se calcula la frecuencia de estas oscilaciones en función de tres parámetros:

$$f_{or} = \frac{\gamma_{\parallel}}{4\pi} \sqrt{4 \frac{\kappa}{\gamma_{\parallel}} (R - 1) - R^2} \quad (\text{B.18})$$

siendo R el bombeo normalizado con el bombeo umbral, γ_{\parallel} el ritmo de decaimiento de la inversión de población y κ el del campo. Para que f_{or} sea real es necesario que se cumpla:

$$\kappa/\gamma_{\parallel} > R^2/4(R-1) \quad (\text{B.19})$$

En el caso de que esta desigualdad no se cumpla el sistema presentará un comportamiento conocido como sobreamortiguación, consistente en que apenas la inversión supere el valor umbral el sistema evolucionará rápidamente y sin oscilaciones de relajación hasta un punto de estabilidad en el que la inversión de población se bloqueará en su valor umbral y la densidad normalizada (o efectiva) de fotones será constante e igual a $\frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa}(R-1)$.

Las oscilaciones de relajación, como muchas otras inestabilidades, proporcionan información muy valiosa sobre los sistemas láser. A partir de mediciones de la intensidad de salida del láser se pueden hallar los ritmos de decaimiento γ_{\parallel} y κ siempre y cuando se conozca el bombeo normalizado R , un parámetro de fácil y rápida determinación (véase el anexo C). Durante el cálculo de f_{or} se obtiene también la constante de amortiguación de las oscilaciones $\gamma = \tau_{\gamma}^{-1}$, siendo τ_{γ} el tiempo en el que la amplitud de la envolvente de las oscilaciones disminuye en un factor e :

$$\gamma = -\frac{\gamma_{\parallel}R}{2} \quad (2.105)$$

Como esta constante se determina registrando las oscilaciones de relajación experimentales, a partir de ella y del bombeo se puede calcular el ritmo de decaimiento de la inversión de población y, posteriormente, el del campo eléctrico (ecuaciones B.22 y B.23). Además de estas constantes rectoras de las ecuaciones de balance el estudio de las oscilaciones de relajación permite acceder a magnitudes más internas de la dinámica láser [23], como son el coeficiente de pérdidas α_i o el coeficiente de ganancia insaturada δ_g .

Quemado espectral y espacial

Se denomina genéricamente quemado al agotamiento que sufre la inversión de población a través de su saturación por una intensidad láser. Generalmente este agotamiento está localizado espacial o espectralmente. El primer caso se da cuando se concentra una parte importante de la radiación láser en un punto geométrico del medio activo, provocando que en esa zona la inversión de población sea consumida y por lo tanto creando una región en la que la ganancia es menor que en el resto del material. El quemado espectral tiene lugar cuando la concentración de intensidad ocurre para una frecuencia concreta dentro de la curva de ganancia, sin afectar notablemente al resto del espectro.

En láseres multimodo el quemado espacial y espectral puede conducir al acoplo en fase de los diferentes modos longitudinales presentes, a la aparición de inestabilidades y a la amplificación de modos de la cavidad a priori poco favorecidos por

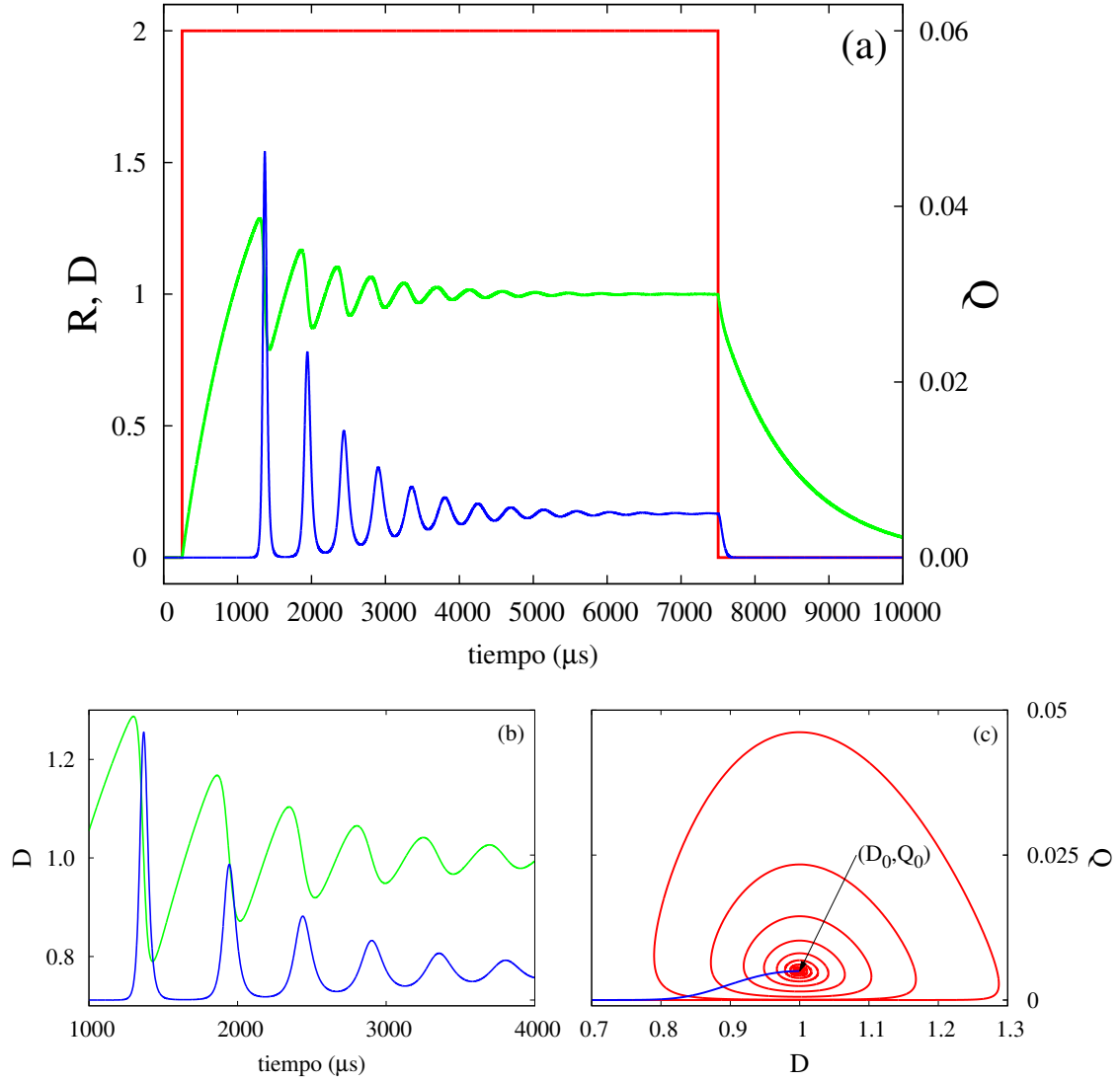


Figura 2.10: Resultados de una simulación numérica de un láser de clase B construida a partir de las ecuaciones de balance normalizadas B.8 y B.9 (véase página 173) y programada con un paso temporal de 10^{-3} . Los valores empleados son $\gamma_{\parallel} = 10^3 \text{ s}^{-1}$ y $\kappa = 2 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. No hay ecuación para la polarización ni valor para γ_{\perp} porque este sistema de ecuaciones está en aproximación adiabática. (a) Densidad de fotones emitidos Q (azul) e inversión de población D (verde) por un láser de clase B cuando el bombeo R (rojo) comienza bruscamente. (b) Ampliación de los primeros pulsos de salida. Tras los primeros ciclos de carga-descarga, que provocan picos de muy alta intensidad, las oscilaciones en torno a la intensidad de equilibrio se van suavizando, como también ocurre con la inversión de población. Nótese como el máximo de cada pulso de emisión coincide con un momento en el que la inversión decrece hasta valer exactamente 1. (c) Evolución de la densidad de fotones y de la inversión de población en el espacio de fases. Como el sistema cumple holgadamente la condición B.19 tanto D como Q oscilan convergiendo al punto de equilibrio situado en (D_0, Q_0) (tazo rojo). Cuando el bombeo se apaga ambas magnitudes se anulan, cada una a un ritmo impuesto por su constante de decaimiento (trazo azul).

el sistema láser [47]. Este último efecto se da cuando un modo $L1$ muy dominante agota la inversión de población de las zonas en las que caen sus antinodos, pasando a disfrutar de una ganancia muy reducida. En ese momento un modo $L2$, de menor longitud de onda y que inicialmente tenía una ganancia pequeña al ver su autoamplificación perjudicada por el mayor aprovechamiento por parte de $L1$ de las zonas comunes, será capaz de amplificarse más que el anterior si sus antinodos se encuentran situados en zonas todavía ricas en inversión de población. Así, el quemado trastoca la forma en la que diferentes modos compiten por aprovechar la ganancia del medio activo, conduciendo a relaciones de antifase en las que unos modos crecen cuando sus competidores se debilitan hasta el punto de agotar ellos mismos sus áreas de mayor ganancia, invirtiéndose nuevamente la tendencia. Esta dinámica entre modos longitudinales tiene una versión mucho más espectacular cuando ocurre entre modos transversos, como se explicará en 2.4.2.

Dado que todas las formas de quemado se basan en la saturación de determinadas fracciones de la inversión de población por parte de los modos más energéticos (subdivisiones que se distinguen unos de otros espacial o espectralmente), los mecanismos que tiendan a distribuir la inversión desde unos iones a otros disminuirán o anularán los fenómenos de quemado. Efectos que moderan el quemado son, por ejemplo, los fenómenos de relajación cruzada entre paquetes con distintas frecuencias de actividad óptica en materiales con ensanchamiento inhomogéneo de la curva de ganancia (véase 5.3).

Aunque el quemado espacial en el medio activo del primer modo transverso produzca la aparición de modos de mayor orden y, por lo tanto, degrade la calidad del láser en cuanto a su focalización, este efecto no empeora el rendimiento de un sistema destinado a otros fines. Por ejemplo cuando este quemado ocurre en un absorbente saturable se puede producir la estabilización del modo fundamental [49] pues impide que modos más externos sean capaces de autoamplificarse.

Si consideramos el patrón de interferencia resultante de la superposición de un único modo como el descrito en la ecuación 2.88 con su reflejo \mathbf{E}_{-q} , que sufre un cambio de fase de π en cada reflexión, nos encontraremos con que en todo momento el campo eléctrico se anula en los extremos del resonador (situados en $z = 0$ y en $z = L$) así como en otros puntos a lo largo del eje. Si tomamos $\phi_q = 0$ el campo resultante es:

$$\mathbf{E}_q + \mathbf{E}_{-q} = \tilde{\mathbf{E}} \cos(k_q z - \omega_q t) + \tilde{\mathbf{E}} \cos(-k_q z - \omega_q t + \pi) = 2\tilde{\mathbf{E}} \sin(k_q x) \sin(\omega_q t) \quad (2.106)$$

Podemos escribir la intensidad de este campo eléctrico resonante empleando 2.84:

$$I(z, t) = 4\tilde{\mathbf{E}}^2 \sin^2\left(\frac{q\pi}{L} z\right) \sin^2(\omega_q t) \quad (2.107)$$

La separación del comportamiento espacial del temporal permite ver con claridad que la intensidad se anulará en $z = 0$, en $z = L$ y en los $q - 1$ nodos situados entre ambos puntos. El perfil longitudinal presentará, por lo tanto, $q + 1$ nodos de

intensidad nula y $q - 1$ antinodos donde la intensidad alcanzará un valor máximo de $4\tilde{E}^2$ cuando $t = (2n - 1)L/2cq$ para $n \in \mathbb{N}$. Esta distribución conduce a un fenómeno conocido como quemado espacial, consistente en que el establecimiento de un patrón de intensidad fuertemente modulado a lo largo de la longitud del medio activo conduce a la saturación de la ganancia y posterior agotamiento de la inversión de población en los puntos en los que la intensidad es máxima. Cuando esto ocurre el modo longitudinal presenta fuertes (aunque lentas en comparación con su frecuencia) oscilaciones temporales de intensidad, pues se establece una dinámica de carga-descarga de la inversión de población en los lugares geométricos coincidentes con los antinodos, puntos en los que dicho modo es susceptible de sufrir una ampliación mayor. Como ya se ha mencionado lo habitual en láseres macroscópicos es la existencia simultánea de varios modos longitudinales muy próximos en frecuencia; el quemado espacial longitudinal del modo inicialmente más intenso provocará una caída de éste en relación a aquellos modos que, por motivos geométricos, sitúen sus máximos en zonas menos agotadas. Dados los altos valores de q de los modos longitudinales existirán necesariamente zonas compartidas por los nodos de varios TEMs. Estas zonas serán explotadas más eficientemente por los modos más intensos, de modo que se originarán fenómenos de acoplamiento a través de la competencia por aprovechar la inversión de población de estos espacios comunes.

Oscilaciones de polarización en antifase

En ocasiones el campo presente en una cavidad láser se puede descomponer en dos campos ortogonales y linealmente polarizados que oscilan en antifase periódica o cuasi-periódicamente [90]. Esas dos direcciones son seleccionadas por los mecanismos que han roto la simetría cilíndrica de la cavidad (elementos intracavitarios, errores residuales en la alineación, un método de bombeo no perfectamente cilíndrico o incluso el leve bisel incorporado a muchos medios activos para evitar que sus dos caras sean excesivamente paralelas). Aunque frecuentemente ambas polarizaciones evolucionan conjuntamente, un caso especialmente interesante es cuando lo hacen en antifase, fenómeno que también se da entre distintos modos longitudinales de los láseres multimodo [24, 92, 93]. Por analogía con los quemados espacial y espectral este fenómeno es también conocido como quemado angular, dado que la inversión de población actúa de modo distinto con las componentes ortogonales en las que se divide la radiación electromagnética.

Cuando durante la emisión el campo láser oscila entre una y otra polarización periódicamente, si la intensidad de salida es separada con un divisor de haz polarizante convenientemente orientado se obtienen dos señales evolucionando en estricta antifase. Estas oscilaciones ocurren cuando la inversión de polarización se comporta como dos poblaciones conviviendo en el medio activo, cada una con una tendencia mayor a interaccionar con una dirección de polarización. Para nuestro sistema experimental el índice de entrecruzamiento entre ambas subpoblaciones (la probabilidad de que un ion con inversión de población tendente a la actividad con una dirección del campo actúe con la polarización perpendicular) es muy próximo a la unidad [94], como también ocurre con algunos láseres de fibra. Esta división de la

inversión se ha demostrado experimentalmente a través de la detección de la luminiscencia procedente del medio activo durante la emisión láser y de la constatación de que las oscilaciones de polarización se ven acompañadas por oscilaciones similares en la fluorescencia, que depende directamente de la inversión de población. Incluso se pudo medir un desfase entre ambas magnitudes acorde con la teoría.

La frecuencia de las oscilaciones en antifase depende de la constante de acoplamiento entre poblaciones y de la frecuencia de las oscilaciones de relajación de la intensidad total, siendo en torno a un orden de magnitud menor que esta última cuando la constante de acoplamiento toma un valor de 0,8 [94,95]. El cociente entre ambas frecuencias, por otro lado, depende únicamente de la constante de acoplamiento.

2.4.2. Dinámica transversa en láseres de gran apertura

En sistemas con un alto número de Fresnel las pérdidas por difracción de los modos de alto orden son comparativamente bajas, por lo que en regímenes de alto bombeo es esperable que coexistan modos de diversos órdenes. Cuando empleamos un medio activo de Nd:YAG en nuestro sistema láser la interacción entre los modos transversos da lugar a efectos que influyen en el comportamiento dinámico tanto de la potencia total emitida como de la intensidad local medida a lo ancho del haz. Para tiempos de emisión largos y bombeos suficientemente intensos se observa incluso una transición dinámica en la que el haz deja de asemejar una superposición de varios TEMs y pasa a presentar un aspecto filamentado [74]. Tras la transición se pierde cualquier forma de coherencia que pudiera haberse establecido entre la intensidad local de distintos puntos del haz. El uso de matrices con otras propiedades espectrales (concretamente con ensanchamiento inhomogéneo) retrasa o incluso inhibe la transición [61], que también se ha observado en otros sistemas [96].

Antes de llegar a este cambio de régimen, no obstante, es posible detectar diversas inestabilidades en la dinámica del haz. En el espacio transversal, además de existir formas de interacción análogas a las descritas entre modos longitudinales (bloqueo de modos, quemados espaciales y espectrales), ocurren fenómenos propios de enorme interés, tales como rupturas espontáneas de simetría, aparición de momento angular y de vórtices ópticos, itinerancia y alternancia caóticas, *self-focusing* por efecto Kerr, formación de solitones y filamentación [88].

La dinámica transversa láser depende de gran cantidad de condiciones, pero a grandes rasgos pueden distinguirse dos familias de dispositivos relativamente independientes en función de la apertura o relación de aspecto del sistema [36], caracterizada por el número de Fresnel N_F (ecuación 2.102). En todos los láseres el patrón transversal es el resultado de una dinámica controlada, principalmente, por las condiciones de contorno de la cavidad y por las propiedades ópticas del medio activo, así como por el bombeo y por el régimen de trabajo (libre, con *q-switch* o conmutación cuántica, con *feedback* o retro-alimentación de la señal y un largo etcétera). Sin embargo la importancia relativa de estos factores varía con la relación de aspecto del sistema, que para valores reducidos de N_F describe sistemas en los que las con-

diciones de contorno impuestas por la cavidad tienen un papel dominante, y para aperturas grandes recoge el funcionamiento de láseres regidos principalmente por la dinámica no lineal resultante de la interacción del campo láser con el medio activo.

Para valores de $N_F \leq 1$ (sistemas estrechos), el resonador óptico confina rígidamente la geometría del campo láser a través de unas pérdidas difractivas que crecen muy rápidamente con el orden espacial de los TEMs, por lo que la emisión tiende a estar formada sólo por las soluciones de menor orden; en ocasiones la diferencia en pérdidas entre el TEM_{00} y el resto es tan grande que a lo largo de toda la emisión sólo se observa el gaussiano fundamental, lo que resulta apropiado para la mayoría de las aplicaciones.

Propiedades como el índice de refracción, la concentración de dopantes o la constante de dilatación térmica del medio activo siempre tienen una gran influencia en la dinámica láser, pero es en dispositivos con valores altos de N_F donde la importancia de estas magnitudes cobra una especial relevancia. Como generalmente los reflectores que forman la cavidad resonante suelen ser más anchos que el medio activo, en ausencia de diafragmas intracavitarios el factor transversal limitante suele ser el diámetro de este último. Por lo tanto un aumento de la relación de aspecto suele implicar el uso de medios activos de mayor grosor. Según la relación de aspecto de un láser crece, el efecto de las condiciones de contorno se relaja, pues empieza a haber mucho material relativamente alejado de las fronteras del medio activo. Para $N_F \gtrsim 10$ hablamos de sistemas de gran apertura, láseres en los que las bajas pérdidas difractivas permiten la aparición de modos de alto orden espacial, cuya interacción puede devenir en fenómenos de auto-pulsado, batido de modos transversos y otras muchas formas de inestabilidad relacionadas con el caos estocástico [22, 30]. En el caso que nos ocupa y para ciertos medios materiales este aumento de la complejidad culmina en una transición dinámica en la que se pierde completamente la coherencia espacial entre diferentes partes del patrón, apareciendo una distribución transversa de la intensidad formada por filamentos desordenados. El número de Fresnel del sistema empleado en todos los experimentos varía entre 25 y 50, según la distancia a la que situemos los espejos que cierran la cavidad resonante; generalmente operamos con $N_F = 50$.

La consideración de nuestro láser como un modelo de gran apertura no impide la existencia de dispositivos con un N_F mucho mayor. Aunque los láseres de estado sólido generalmente no tienen números de Fresnel mucho mayores, los diodos láser de emisión superficial con cavidad vertical (VCSELs, por sus iniciales en inglés) alcanzan valores de varias centenas, o incluso del orden de 10^3 [97]. Estos sistemas presentan fenómenos como el caos ondulatorio (*wave chaos*) y en ocasiones son denominados billares bidimensionales [58].

El caso teórico extremo de un dispositivo de gran apertura es el denominado láser infinito, un sistema teórico sin límites espaciales. Para integrar numéricamente las ecuaciones de balance en este tipo de medios se ha de introducir una definición periódica de las condiciones de contorno. Los modos de cavidad no son solución para un sistema tan ancho que no cumple la aproximación paraxial [98], por lo que éste ha de ser tratado en términos de modos de Fourier, ondas planas transversas que sí son soluciones de las ecuaciones con condiciones de contorno periódicas [36, 76, 99].

Normalmente los modos de Fourier de número de onda k y $-k$ están presentes de manera simultánea, por lo que su superposición es capaz de formar un patrón de interferencia estacionario denominado *roll intensity pattern*.

La dinámica espacial entre distintos modos transversos se ha estudiado ampliamente [24, 48, 61, 100, 101]. En este capítulo explicaremos las contribuciones que nuestro grupo ha hecho a este campo durante la realización de mis estudios de tesis. Nuestras investigaciones están basadas, fundamentalmente, en la obtención de patrones instantáneos, la medición de intensidades locales y totales y la integración de simulaciones numéricas. Aunque el propósito de estos estudios es principalmente comprender qué provoca la aparición de modos no ortogonales también hemos prestado atención a cómo operan otros mecanismos relacionados con la dinámica transversa.

La estructura longitudinal de los modos electromagnéticos quedará fuera de los análisis realizados en este capítulo. Nuestras simulaciones referentes a la dinámica transversa reproducen los resultados experimentales cuando se aproxima el sistema láser a un disco sin dimensión longitudinal, apoyando la hipótesis de que todos los modos longitudinales comparten la misma dinámica espacial transversa. Esta buena correspondencia entre experimentos y simulaciones numéricas nos empuja también a pensar que la parte longitudinal de los modos reales es incapaz de afectar, al menos de manera directa¹⁹, a la dinámica transversa (y viceversa).

Que los sistemas láser acepten esta aproximación no implica en absoluto que las partes longitudinal y transversa de dicho campo sean completamente independientes, incluso a pesar de que las dinámicas transversa y longitudinal no muestren una interacción directa; basta recordar que la frecuencia de los modos reales (subsección 2.3.3) depende enteramente de la estructura tridimensional de los mismos.

2.4.3. Evolución de los modos transversos

Incluso en láseres de gran apertura, donde la pérdidas por difracción asociadas al orden geométrico no crecen de manera tan brusca como en los dispositivos más estrechos, es habitual que la emisión comience en forma de TEM_{00} , pues las pérdidas asociadas a este modo son con frecuencia suficientemente menores que para el resto. Nuestro sistema no es una excepción, a pesar de que, como muestran las imágenes de fluorescencia obtenidas a partir de nuestro medio activo bombeado [62], la inversión de población es mayor en las capas externas del material, contrariamente a los modelos que se suelen emplear. Sin embargo cuando el ancho del medio activo es suficientemente grande una gran parte de él no es aprovechada por el modo fundamental. A partir de las ecuaciones de la sección 2.3.2 (página 46) se puede despejar la cintura del haz fundamental gaussiano:

¹⁹Como es esperable, las fuertes oscilaciones de la potencia total irradiada provocadas por la dinámica longitudinal (principalmente por fenómenos como el bloqueo de modos longitudinales) necesariamente afecta a los patrones de emisión, aunque lo haga de un modo muy homogéneo, pues aumenta o reduce la intensidad de la proyección transversa de manera uniforme a lo ancho del haz.

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \sqrt{-R_1 l - l^2}} \quad (2.108)$$

donde λ es la longitud de onda del campo, R_1 es la curvatura del espejo trasero (negativa en un resonador estable) y l es la longitud real de la cavidad. En nuestro montaje, como ya se comentó, la cintura del haz es de tan sólo 0,77 mm, muy por debajo de los 6 mm de diámetro del medio activo. Esta disparidad provoca que un patrón en forma de TEM_{00} suponga desaprovechar gran cantidad de la inversión de población acumulada en el medio activo, por lo que el modo fundamental pronto se verá acompañado por otros de orden espacial mayor, más anchos y por lo tanto capaces de aprovechar la inversión acumulada en el resto de la barra, pues el solapamiento entre la amplitud espacial de estos modos y la inversión de población es mucho mayor. Además el fundamental, precisamente por ser el primero en aparecer, tiende a saturar la ganancia y a agotar rápidamente la inversión acumulada en el centro del medio activo, provocando un quemado espacial que acelera su desaparición.

El mecanismo de bombeo, basado en dos lámparas de descarga, rompe la simetría cilíndrica de la cavidad, que pasa a tener dos ejes perpendiculares en el plano transversal. La desalineación residual a todo proceso de alineado se combinará con la asimetría inducida por las lámparas para romper la degeneración entre los modos TEM_{01} y TEM_{10} , provocando que el bombeo umbral de uno sea menor que el del otro. El modo beneficiado por esta ruptura de la simetría cilíndrica será quien sustituya al TEM_{00} cuando el fundamental haya quemado suficiente inversión central como para que su amplificación supere al resto de modos propios de la cavidad. A pesar de que en el sistema experimental empleado el alto número de modos presentes en los momentos finales de la emisión produce comportamientos variables disparo tras disparo, los primeros pasos de la emisión se repiten con una reproducibilidad tan alta que permiten registrar cómo invariablemente el fundamental da siempre paso a un primer armónico transversal, cuya orientación depende rígidamente de las asimetrías de la cavidad.

Cuando la saturación de la ganancia por parte de los primeros modos en aparecer empuja al patrón hacia distribuciones transversas de mayor complejidad, la acumulación de distintos TEMs compitiendo por la inversión de población favorece la aparición de efectos no-lineales, la inhomogeneización espacial del medio activo (en el que características como la inversión de población o el índice de refracción dejan de ser funciones suavemente variables en el espacio) y, en ocasiones, la pérdida de la coherencia espacial. Cuando se alcanza este punto el patrón deja de mostrar un aspecto complejo pero regular en mayor o menor grado, y la intensidad se disgrega en distintos filamentos [74, 102]. Esta transición, observada originalmente en láseres de Nd:YAG, no ha sido observada en medios activos con ensanchamiento inhomogéneo de la curva de ganancia, ni siquiera para tiempos de emisión sensiblemente mayores o para bombeos notablemente más elevados. El capítulo 5 de esta memoria está dedicado a dichos experimentos, así como a las posibles explicaciones de la inhibición de esta transición.

Mucho antes de llegar a este punto de pérdida absoluta de la coherencia espacial,

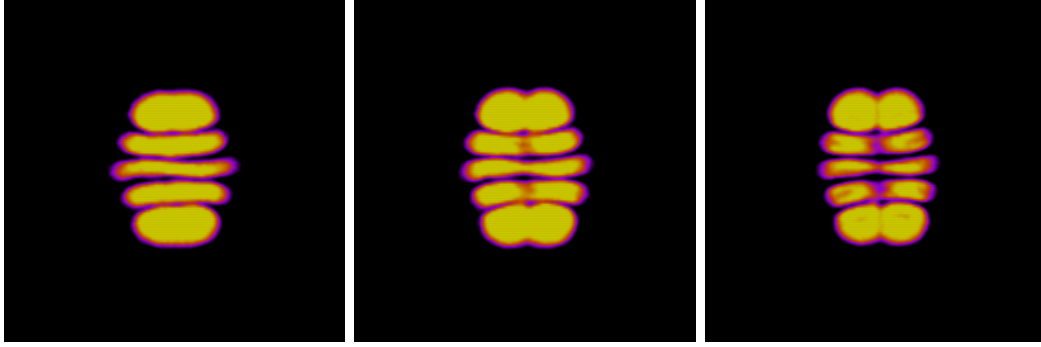


Figura 2.11: Patrones experimentales del $Q-246$ (Nd:silicato) bombeado con 1050 V, obtenidos alrededor de $2 \mu\text{s}$ después del inicio del pulso. Cada imagen corresponde a un disparo distinto, pero la reproducibilidad de la dinámica transversa al principio de la emisión es tan alta que se adquieren etapas levemente distintas del mismo proceso. En este caso, podemos observar la suave transición de un TEM_{40} de GH a un TEM_{41} . Para poder apreciar el relieve de las zonas menos intensas es necesario programar un tiempo de adquisición que satura buena parte de las zonas más intensas del patrón, que por lo tanto aparecen artificialmente aplanadas.

la reproducibilidad disparo a disparo se ha perdido, lo que imposibilita el estudio dinámico de estos filamentos mediante la obtención de un único patrón instantáneo por disparo, por lo que no hemos comprobado si los filamentos se desplazan siguiendo algún tipo de dinámica (como podría ser la búsqueda de zonas con mayor inversión o el desplazamiento hacia zonas de mayor índice de refracción) o si aparecen y desaparecen de manera intermitente. Este análisis sí ha sido realizado por otros autores en otros láseres, como por ejemplo en el estudio llevado a cabo por Encinas-Sanz *et al.* en un láser TEA- CO_2 [48], en el que comprobaron que los filamentos aparecen y desaparecen sin desplazarse lateralmente.

Gracias a la alta reproducibilidad del patrón durante las primeras etapas de la emisión, es posible observar transiciones entre modos de orden espacial consecutivo si se toma un número suficiente de capturas en torno al momento en el que este cambio se produce. Este proceso se da cuando la saturación de determinadas zonas del medio activo por parte de los máximos del modo dominante agota la inversión de población de estas regiones, de manera que el modo que mejor solapamiento presenta con las zonas aún capaces de amplificar radiación pasa a ser alguno de los modos adyacentes al dominante. La figura 2.11 muestra una de estas transiciones a través de capturas obtenidas en distintos disparos.

2.5. Implementación del modelo teórico en C

Las ecuaciones diferenciales no lineales empleadas para reproducir el comportamiento de los láseres de clase B carecen de soluciones analíticas, con la excepción de soluciones homogéneas para casos estacionarios muy concretos. Para realizar un trabajo teórico que fundamente y explique los resultados experimentales es preciso,

por lo tanto, recurrir a métodos numéricos iterativos que integren paso a paso el sistema de ecuaciones. En los trabajos presentes en esta memoria se han integrado distintas versiones de las ecuaciones semiclásicas del láser en aproximación adiabática empleando el lenguaje de programación *C* y algoritmos basados en el método de Runge-Kutta. La elección de este lenguaje, en detrimento de otros que incorporan bibliotecas muy útiles a la hora de abordar estos sistemas, se fundamenta en su rapidez, en su facilidad de manejo y en la necesidad de controlar todos los aspectos relacionados con el método de integración, control que se pierde al programar empleando utilidades comerciales o desarrolladas por otros grupos de investigación. Hemos elegido integrar estas ecuaciones utilizando un algoritmo de Runge-Kutta de 4° orden por su sencillez de implementación y versatilidad [60]. Aunque otros algoritmos más complejos pueden ser más estables, el método escogido ha demostrado reproducir los resultados de forma satisfactoria [62, 70, 73].

La integración de las ecuaciones semiclásicas del láser no es la única técnica empleada a la hora de tratar sistemas de este tipo. La alta similitud entre los modos transversos de la cavidad vacía y los modos experimentales permite descomponer el campo en una serie de modos de la cavidad vacía, dando lugar a un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias para los coeficientes del desarrollo [103]. Este método es extraordinariamente económico desde el punto de vista de las necesidades de cálculo y del tiempo de integración, pero como es lógico constriñe el campo láser hasta el punto de imposibilitar la aparición de patrones completamente desordenados, en los que se pierde completamente la coherencia espacial. Huelga decir que esta opción produce un sistema totalmente sintético, en el que la aparición de modos viene impuesta por el propio método y por lo tanto no es achacable a la evolución libre de las ecuaciones de balance, aunque sí que es útil a la hora de estudiar fenómenos tales como el bloqueo de modos, el quemado espacial o la capacidad de la distribución transversa del bombeo de controlar la dinámica espacial mediante la promoción de unos modos en detrimento de los demás [54].

Uno de los principales problemas a la hora de trabajar con ecuaciones diferenciales acopladas de manera no lineal es su rigidez, entendida como tal la diferencia entre las velocidades de evolución de las distintas magnitudes. Para generar resultados veraces es necesario que el tiempo de paso sea suficientemente menor en relación al tiempo de evolución de la magnitud más rápida, lo que provoca que sean necesarios muchísimos pasos para ver avances significativos en las magnitudes más lentas. Existen distintas maneras de enfrentar esta rigidez y la idoneidad de cada una depende en gran medida de las variables con las que se trabaja, de los fenómenos que se pretenden analizar e incluso del régimen de bombeo. En nuestro caso hemos elegido realizar la aproximaciones discutidas en apartados previos, principalmente la aproximación adiabática (que abandona el análisis de la polarización, al ser sus oscilaciones muy rápidas y su comportamiento promediado esclavo del campo eléctrico) y la aproximación de las envolventes lentamente variables (que omite las variaciones del campo ocurridas en el rango de la frecuencia óptica y centra su atención en la evolución de las envolventes de las magnitudes implicadas). El uso de estas técnicas está plenamente extendido dentro del análisis de los láseres de estado sólido de clase B y son numerosos los trabajos que apoyan la validez de los resultados obtenidos a

través de estos métodos.

La evolución espacial de las ecuaciones de balance plantea también dificultades en cuanto a la discretización del espacio y su relación con el escalamiento de los tiempos de integración. Si se pretende integrar el comportamiento del campo eléctrico y de la polarización empleando una serie de puntos distribuidos uniformemente en un volumen dado los tiempos de procesamiento crecerán de manera lineal con la densidad de estos puntos. También es necesario señalar que la distancia entre puntos ha de ser escogida con pericia, pues en ocasiones el tamaño del paso espacial genera comportamientos irreales como consecuencia del redondeo de las magnitudes. Un paso prácticamente imprescindible es la negación de la dimensión longitudinal del láser, dimensión que además de ser típicamente un orden de magnitud mayor que las transversas presenta una alta redundancia entre unos puntos y otros. Obviar esta dimensión implica renunciar al estudio de la interacción de los modos longitudinales, un precio irrisorio cuando queremos analizar fenómenos relacionados exclusivamente con las propiedades transversas del haz. Además y con la salvedad de la suave variación de la anchura del haz nuestro sistema es prácticamente invariante frente a desplazamientos longitudinales. Así, la cavidad láser de nuestras simulaciones colapsa en un disco sometido a unas condiciones de bombeo y pérdidas bidimensionales, en el que la dirección de propagación de los fotones ha desaparecido, pues ocurre en una dimensión que no tenemos en cuenta.

Como ya se ha comentado en todos los trabajos se han empleado algoritmos de Runge-Kutta de 4º orden, explícitos²⁰ en cuanto a la evolución temporal, discretizados espacialmente y basados en diferencias finitas y paso fijo. Partiendo de este esquema común en cada trabajo se ha modificado el código para incluir los procesos físicos que permiten explicar los resultados experimentales, o para variar los perfiles y ritmos de bombeo o la densidad de iones ópticamente activos.

El paso temporal ha de ser suficientemente pequeño como para recoger bien la evolución del láser, pero no tanto como para que el método diverja. En nuestros algoritmos hemos empleado pasos entre 100 y 1000 veces menores que el tiempo propio de evolución del campo eléctrico (que es la variable más rápida una vez practicada la aproximación adiabática). Con la discretización espacial pasa lo mismo: se busca que sea algo menor que el tamaño mínimo de las estructuras más pequeñas (que en nuestro caso son los filamentos presentes tras la transición dinámica) pero sin comprometer demasiado la velocidad del método. Hemos obtenido muy buenos resultados manejando celdas de entre 0,010 y 0,006 veces el tamaño de la apertura del láser, lo cual implica mallas de entre 10.201 y 27.889 puntos.

Otro aspecto crucial es la correcta programación de las condiciones de frontera o contorno. Su forma y modo de implementación determina las simetrías de las estructuras espaciales. Cuando no se quiere que las condiciones de contorno influyan se

²⁰Se denominan explícitos porque en cada iteración el valor de las magnitudes se calcula empleando los valores de las derivadas de estas en el paso anterior. Los métodos implícitos, por otro lado, emplean el valor de las derivadas en ese mismo paso. Los explícitos son más sencillos pero también más propensos a generar problemas de convergencia, por lo que cuando es posible suele merecer la pena esquivar estas divergencias variando los pasos temporales y espaciales en lugar de pasando al uso de implícitos.

simplifica empleando espejos planos e infinitos. El modo de simular un láser infinito es fijando condiciones de contorno periódicas y perfiles de bombeo y pérdidas homogéneos. Con todo estas condiciones permiten hacer simulaciones cuyos resultados son extrapolables no sólo a los láseres de gran apertura, sino también a sistemas con un número de Fresnel bajo. Esto ocurre gracias al coeficiente de difracción a , que mantiene cierta información sobre el tamaño de la apertura.

Cuando se simula el comportamiento espacio-temporal de un láser finito es necesario incorporar cuidadosamente los límites del medio activo. El tamaño finito del láser impone un valor nulo del campo en las paredes laterales, así como ajustes en la distribución transversa del bombeo y las pérdidas. El valor nulo del campo en la frontera debe obtenerse a través de un aumento fuerte, pero no excesivamente brusco, del perfil de pérdidas, o de lo contrario se pueden producir efectos artificiales que no ocurren en los sistemas experimentales, tales como algunas formas de reflexión e interferencia. La naturaleza pulsada de nuestro sistema láser operando en régimen libre se introduce con facilidad a través de la variación temporal del parámetro de bombeo. Esta variación puede programarse a partir de funciones analíticas o incluso mediante la interpolación de mediciones experimentales del bombeo convenientemente normalizadas y suavizadas, produciendo una u otra aproximación resultados indistinguibles.

Capítulo 3

Montaje Experimental

3.1. Introducción

En este capítulo se hará una descripción pormenorizada de los elementos del sistema experimental empleados en todos los trabajos realizados durante la tesis. Como en cada investigación el montaje tuvo que adaptarse para realizar mediciones muy diversas en este capítulo se describirán únicamente las características comunes a todos los experimentos, ampliándose cuando sea necesario la información en algunos de los capítulos dedicados a los trabajos experimentales.

Habiendo sido unas investigaciones de marcado carácter experimental las características de estos aparatos son de vital importancia y su manejo y, en ocasiones, modificación o reparación, han sido algunas de las labores que más aprendizaje y tiempo han requerido. El conocimiento detallado de todos los elementos es imprescindible a la hora de comprender los resultados experimentales obtenidos, especialmente cuando se analizan fenómenos como el recogido en el capítulo 6, en el cual los comportamientos mecánicos de las lámparas de xenón y del medio activo se encuentran detrás de la aparición de un curioso efecto completamente inesperado.

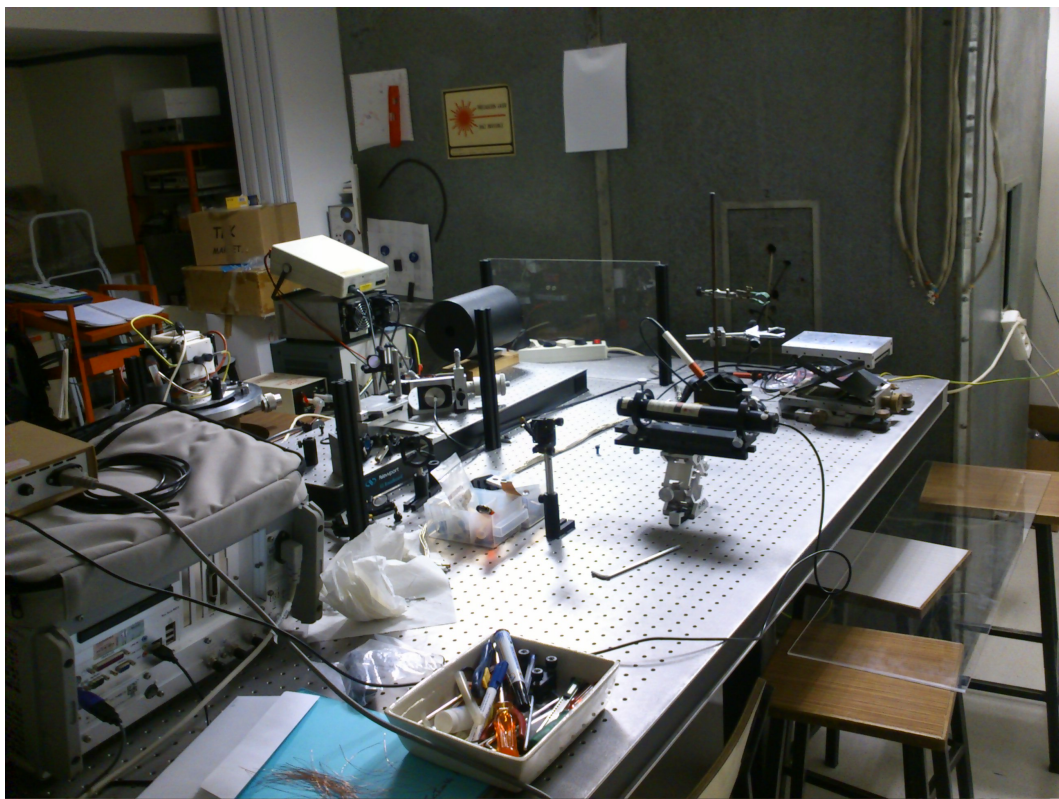


Figura 3.1: Mesa óptica *Thorlabs* con parte del montaje experimental estándar. Los detectores se encuentran dentro de una jaula de Faraday (al fondo) para evitar que el pulso de preionización que desencadena el disparo del láser afecte a sus lecturas.

3.2. Dispositivo láser

El elemento central del montaje experimental se trata de un láser pulsado diseñado y construido por el grupo de Física del Láser del Departamento de Óptica de la Facultad de CC. Físicas. Se trata de un sistema extraordinariamente robusto, versátil y sencillo, en el que la totalidad de los componentes pueden ser modificados o sustituidos y que, por lo tanto, permite la realización de muchos y muy distintos experimentos variando el medio activo, añadiendo y quitando elementos intracavitarios o cambiando los reflectores que cierran la cavidad resonante.

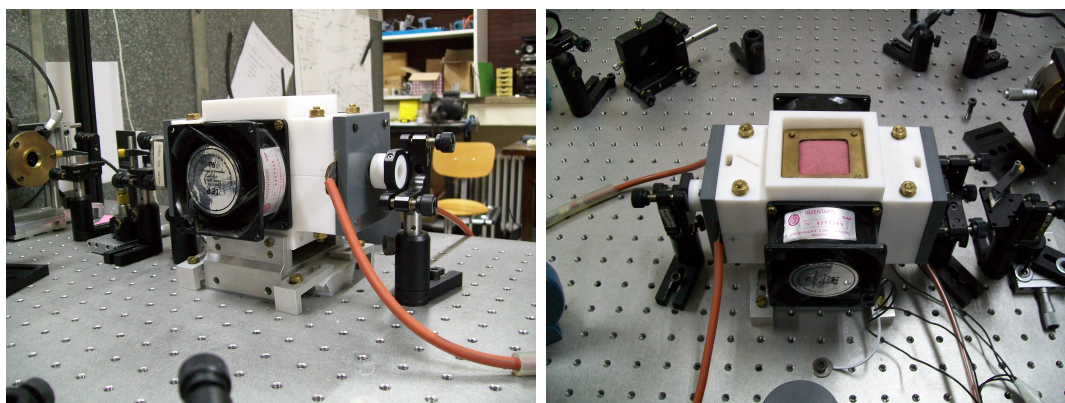


Figura 3.2: Láser pulsado de gran apertura, diseñado y construido por el grupo de Física del Láser. Está refrigerado por aire y puede funcionar en diversos regímenes de emisión (emisión libre, *Q-switch* pasivo o activo), equipar diferentes medios activos o emplear distintas lámparas de destello.

Chasis y cámara de bombeo

En este láser el medio activo, normalmente de Nd:YAG, se encuentra alojado en el interior de una cámara de bombeo bielíptica, ocupando el foco común a ambas elipses (véanse las figuras 3.4 y 3.5). En los focos laterales se sitúan las lámparas de xenón responsables del bombeo óptico que produce la inversión de población. La cámara de bombeo que contiene estos 3 elementos consiste en un reflector sólido de oro especialmente indicado para hacer converger la luz que emiten las lámparas sobre el medio activo. La elección de este metal se justifica por su baja reactividad química, sencillo mantenimiento y sobre todo su baja reflectividad en el espectro ultravioleta.

Los láseres de Nd:YAG de uso industrial suelen encapsular el medio activo dentro de un tubo de vidrio de cerio que absorbe la parte ultravioleta de la luz de bombeo. A cambio de perder algo de eficiencia a la hora de producir inversión de población dentro del medio activo se evita o reduce la solarización de la barra láser, consistente en una pérdida de transparencia del material como resultado de la ruptura de enlaces de la matriz causada por la luz ultravioleta. Cuando este dispositivo fue diseñado se optó por no incluir un tubo de cerio empleándose, por el contrario, el mencionado

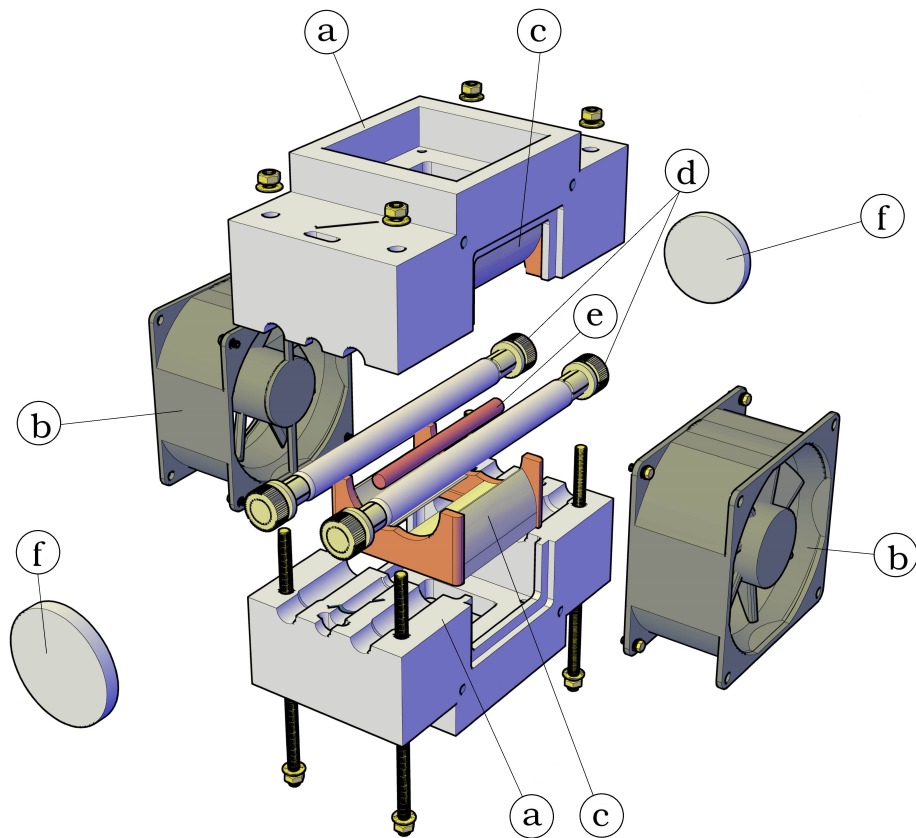


Figura 3.3: Despiece del dispositivo láser, mostrando (a) ambas mitades del chasis de teflón, (b) ventiladores, (c) ambas mitades del reflector de oro bielíptico que forma la cámara de bombeo, (d) lámparas de destello, (e) medio activo y (f) reflectores que cierran la cavidad resonante (dibujados sin montura para una mayor claridad) y tornillería.

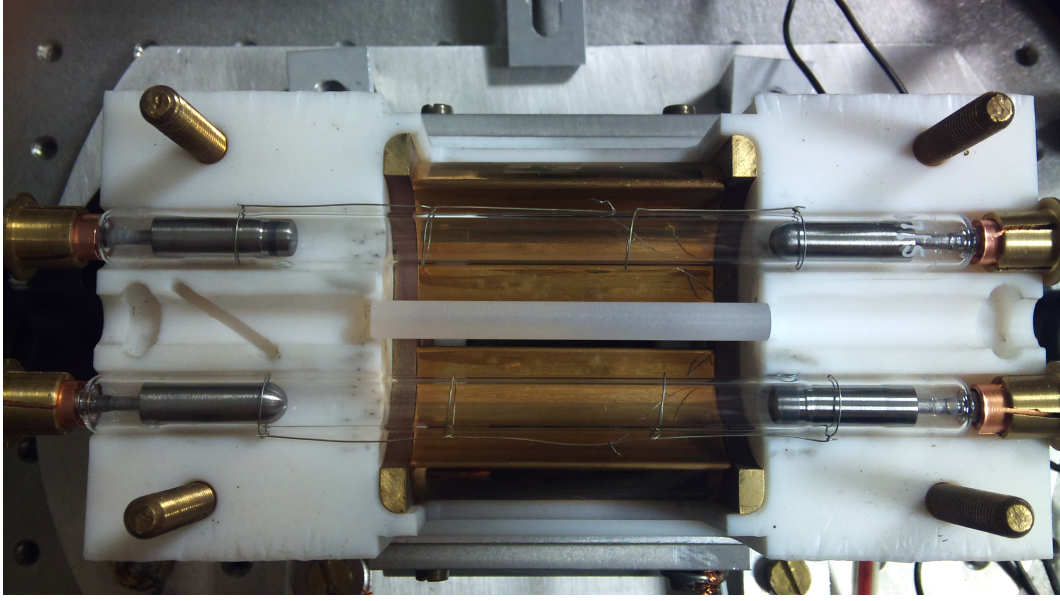


Figura 3.4: Interior de la cámara de bombeo. Los reflectores de oro elípticos concentran la luz emitida por las lámparas de destello en el medio activo. Alrededor de las lámparas se aprecia el bobinado responsable de la preionización que provoca la descarga.

reflector de oro que, en base a su muy baja reflectividad para longitudes de onda menores de 500 nm, disminuye el ritmo al que el uso degrada al medio activo.

El reflector está fijado a un chasis formado por dos piezas idénticas de teflón: una superior, que cierra la cámara, y otra inferior, sobre la que descansan tanto el medio activo como las lámparas de xenón. Las mitades del chasis se mantienen unidas por medio de tornillos pasadores que pueden ser fácilmente retirados si se necesita comprobar o sustituir algún elemento. Una vez unidas ambas mitades se atornillan unas tapas en cada extremo del láser para mantener cubiertos los bornes de las lámparas. La mitad inferior del chasis está unida a un pie de aluminio que permite fijar el láser a una mesa óptica. Para reducir la intensidad de las vibraciones que el láser propaga a la mesa (y por lo tanto al resto de elementos del montaje) entre el pie del láser y la superficie de la mesa se colocan unas láminas de silicona.

Para conocer el rango de voltajes en los que el sistema puede trabajar sin deteriorarse gravemente es necesario calcular la energía de explosión de las lámparas. Esta energía depende de la superficie interna de las lámparas y de la raíz cuadrada del tiempo de descarga. El expresión ajustada empíricamente para lámparas de xenón [77], es:

$$E_{ex} = 1,2 \cdot 10^4 \cdot lDt_d \quad (3.1)$$

donde la longitud de la lámpara l y su diámetro D están en centímetros, el tiempo de descarga t_d en segundos y la energía en julios. A partir de estos datos se obtiene la vida útil de las lámparas, trabajando a un voltaje dado, a través de otra expresión hallada también empíricamente:

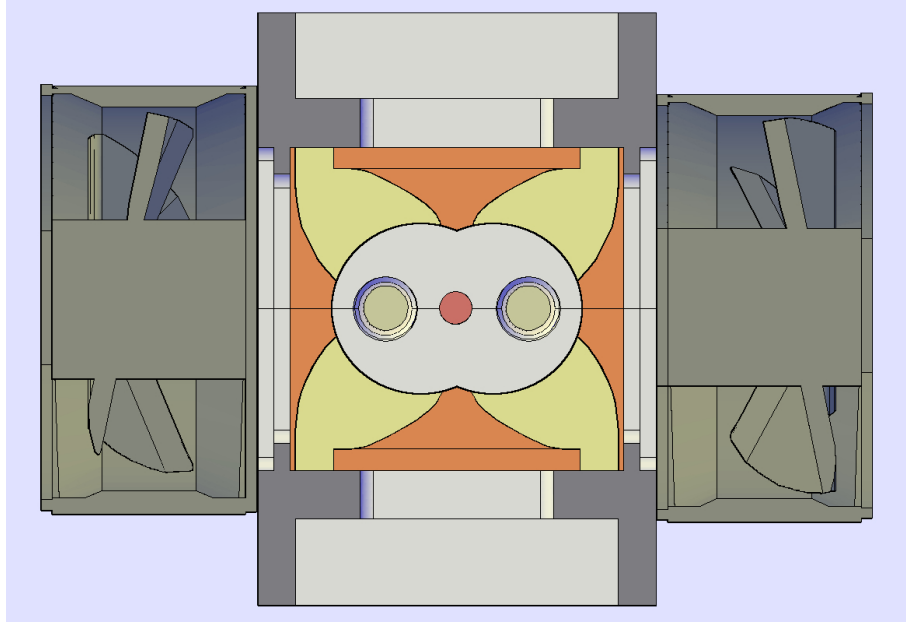


Figura 3.5: Sección transversal del dispositivo láser, normal al eje óptico. La cavidad bielíptica recubierta con oro concentra toda la luz destellada por las lámparas sobre el medio activo.

$$N \cong \left(\frac{E_{ex}}{E_{ca}} \right)^{8,5} \quad (3.2)$$

donde N es el número aproximado de disparos que podrán efectuar las lámparas, cargadas con una energía eléctrica E_{ca} , antes de degradarse lo suficiente como para que su funcionamiento no sea óptimo. Para nuestro sistema, teniendo en cuenta que empleamos un capacitor de $100 \mu\text{F}$ (formado por dos condensadores de $50 \mu\text{F}$ montados en paralelo) y dos lámparas en serie, podemos calcular la siguiente tabla:

$t_{de} [\mu\text{s}]$	$E_{ex} [\text{J}]$	$V_{ex} [\text{V}]$	$V_{N \sim 10^4} [\text{V}]$	$V_{N \sim 10^6} [\text{V}]$
1100	1433	7570	4404	3359
800	1222	6991	4067	3102
500	966	6216	3616	2758
150	529	4600	2676	2041

Cuadro 3.1: Voltajes de explosión y de trabajo en función de t_{de} . La energía de explosión se ha calculado empleando la ecuación 3.1, pero para obtener los voltajes se ha tenido en cuenta que el dispositivo emplea dos lámparas.

Medio activo

Aunque los trabajos explicados en esta memoria se han empleado exclusivamente matrices dopadas con neodimio nuestro láser pulsado puede laserar con medios activos

de diversos materiales, siempre y cuando puedan alcanzar una inversión de población suficiente mediante el bombeo óptico con lámparas de descarga y se presenten en barras de 6 mm de diámetro y entre 60 y 64 mm de longitud. El Nd:YAG ha sido el medio activo más empleado, aunque en el capítulo 5 se utilizaron también medios activos con matrices de vidrios. La predilección por el Nd:YAG se basa en dos pilares interrelacionados: por un lado es un material con unas propiedades ópticas, mecánicas y térmicas excelentes, pues es buen conductor del calor y presenta una notable resistencia a los cambios bruscos de temperatura; por otro su uso está muy extendido en aplicaciones industriales, médicas, telecomunicaciones y en diversos dispositivos de medida de distancias.

Los medios activos empleados tienen 6 mm de diámetro y entre 60 y 62 mm de longitud. Todos tienen una cara levemente biselada (del orden $10''$) para evitar que las propias barras se comporten como un etalon.

Cavidad resonante

Las cavidades resonantes abiertas, como la nuestra, presentan una serie de ventajas e inconvenientes con respecto a las cavidades cerradas, en las que uno o ambos reflectores están fijados con menor o mayor libertad a los extremos del medio activo o del chasis. Las cavidades muy cerradas, como aquellas en las que se espejan las propias caras del medio activo, necesitan poca o nula alineación y son muy indicadas para la construcción de láseres sobre los que no se pretende practicar modificaciones, como ocurre por ejemplo con láseres de He-Ne empleados para alinear, láseres de rubí de punteros o con diodos láser encapsulados como un único componente electrónico. Las cavidades abiertas, por otro lado, permiten un control del laseo muchísimo más amplio a costa de precisar de una alineación que en ocasiones puede llegar a ser difícil y tediosa.

Nuestro dispositivo se encuentra en el extremo de este segundo tipo ya que los reflectores ni siquiera se fijan directamente al resto del dispositivo, sino que se atornillan en la mesa óptica para evitar (en la medida de lo posible) que la vibración producida por las lámparas de descarga afecte a su alineación disparo tras disparo. Nuestra cavidad resonante, por lo tanto, puede tener la longitud o geometría que cada experimento precise, siendo incluso posible la construcción de una cavidad en Z o en anillo, así como la introducción de todo tipo de elementos intracavitarios tales como polarizadores, cristales birrefringentes o células de Pockels con las que realizar *Q-switch* activo.

Aunque el uso de algunos de estos elementos pueda aportar mucha información sobre la dinámica de los láseres de matriz sólida en los trabajos aquí presentados se ha optado sistemáticamente por mantener el dispositivo lo más simple que ha sido posible con el objeto de estudiar la interacción entre la luz y el medio activo en ausencia de otros fenómenos. Por lo tanto nuestra cavidad resonante ha estado siempre formada únicamente por dos espejos específicamente diseñados para trabajar con la longitud de onda de 1064 nm (denominada YAG-1). Como espejo trasero se escogió un reflector total esférico con un radio de curvatura de 10 m y como acoplador un espejo plano con una reflectancia del 70 %. El trasero es un espejo

esférico porque en nuestro dispositivo el efecto de lente térmica es completamente insuficiente como para que la cavidad sea estable cuando se emplean dos espejos completamente planos, como sí ocurre en láseres de Nd:YAG continuos bombeados por diodos. La alta potencia de emisión que alcanza el dispositivo (hasta 1 GW cuando se realiza *Q-switch* pasivo con absorbentes saturables de Cr:YAG) obliga a emplear reflectores de alta potencia.

Para facilitar la alineación de la cavidad resonante se emplea un láser continuo de He-Ne coaxial al medio activo. Como los elementos ópticos que componen nuestro láser son transparentes a la luz de $\lambda = 633$ nm del He-Ne, su haz atraviesa todo el sistema reflejándose débilmente en las superficies que encuentra. A partir de estos reflejos se realiza la primera alineación del medio activo con los espejos que cierran la cavidad, cuyo objetivo es obtener una alineación suficiente como para que en el sistema se produzca emisión láser a un voltaje de entre 600 y 900 V, según la configuración y el medio activo empleados. Una vez terminada la alineación del dispositivo, el haz de He-Ne se emplea para ver por dónde se va a propagar la emisión láser y poder así pre-alinear los elementos extracavitarios del montaje experimental. En el anexo C se encuentra una descripción pormenorizada de este proceso.

Alimentación y preionización

El circuito eléctrico de alimentación está integrado por las lámparas de descarga, los conectores que permiten fijar cables a sus bornes, dichos cables, dos condensadores electrolíticos de gran capacidad ($50 \mu\text{F}$) conectados en paralelo y una serie de autoinductancias de alta corriente que podremos añadir o no en función de la duración de pulso que queramos obtener. Todos estos elementos se encuentran siempre conectados en serie y lo único que mantiene el circuito abierto es la nula conductividad de las lámparas mientras el xenón se encuentra en su estado fundamental. El sistema de disparo consiste en una fuente de alta tensión, capaz de producir pulsos de pocos microsegundos pero hasta 30 kV de voltaje, y en dos bobinados de alambre de níquel dispuestos alrededor de las lámparas. Cuando el disparador de esta fuente es accionado el brusco pulso que se propaga por los bobinados produce un campo eléctrico local muy intenso, capaz de ionizar parte de los átomos de xenón contenidos en las lámparas. Como mientras los condensadores están cargados el xenón contenido en las lámparas se encuentra sometido a una importante diferencia de potencial (que provoca la aparición de un campo eléctrico de hasta 5 kV/m) los átomos ionizados y los electrones que han perdido se aceleran, siguiendo sentidos opuestos. Gracias a su alta movilidad los electrones ganan pronto suficiente energía como para ionizar a las moléculas contra las que chocan. De este modo la conductividad crece exponencialmente y una intensa corriente, que puede llegar a alcanzar los 700 A, recorre todo el circuito. Alimentadas por esta corriente las lámparas destellan inundando la cavidad de bombeo de luz de amplio espectro que es focalizada sobre el medio activo, bombeándose la inversión de población necesaria para la emisión láser.



Figura 3.6: Dispositivo láser montado sobre el sistema de vacío *Veeco V-300* empleado en el capítulo 6. A la izquierda del mismo se disponen, de arriba a abajo, el generador de pulsos de alto voltaje (hasta 30 kV) empleado para preionizar las lámparas, el capacitor (equipado con dos condensadores de $50 \mu\text{F}$ montados en paralelo) y la fuente de alta tensión. Sobre el sistema de vacío se aprecia la sonda Rogowski (azul y unida a un cable apantallado BNC) empleada para monitorizar el pulso de bombeo. Al fondo está la mesa óptica *Thorlabs* y, sobre ella y de izquierda a derecha, destacan la termopila, un diafragma ajustable empleado para obtener medidas de intensidad local, el osciloscopio de 6 GHz de ancho de banda y el láser de He-Ne de alineación.

Refrigeración

Los pulsos de bombeo eléctrico que alimentan las lámparas tienen una duración que podemos variar entre los 200 y los 1100 μs . Durante este corto espacio de tiempo se alcanzan picos de intensidad muy altos (del orden de 700 A para una carga de 1600 V) mientras una carga total de alrededor de 160 mC abandona los condensadores. La energía eléctrica acumulada al cargar 1600 V es de 128 J¹, una cantidad que aún en el caso de que fuera invertida íntegramente en calentar las lámparas es perfectamente refrigerable mediante ventilación convencional, siendo por lo tanto innecesarios sistemas tan exigentes como en los empleados en algunos láseres continuos. A tal efecto un par de ventiladores de 15 W atornillados en los laterales del chasis extraen el aire de la cavidad, forzando su entrada sus extremos

¹Esta energía es calculable empleando $E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}10^{-4}\text{F} \cdot 2.56 \cdot 10^6\text{V}^2 = 128\text{J}$

superior e inferior, abiertos a tal efecto y dotados con filtros que reducen la cantidad de polvo que entra en la cavidad, así como también por los reducidos (8 mm) orificios axiales del chasis.

Cabe destacar que si los pulsos de bombeo tienen una duración máxima de unos 1000 μs y como mucho se realiza un disparo cada 10 s, las lámparas pasan 10.000 veces más tiempo refrigerándose que destellando, por lo que cualquier carga térmica a la que pueden operar es evacuada sin problemas y debemos vigilar más los límites impuestos por la ecuación de explosión que la potencia de los ventiladores.

3.3. Pulso de bombeo

En el sistema experimental controlamos el bombeo óptico a través de dos magnitudes: el voltaje con el que se carga el capacitor y la autoinductancia del circuito. Cuando no empleamos ninguna autoinductancia el pulso tiene una duración de unos 200 μs y decimos que estamos en régimen de alimentación de pulso corto, obteniendo emisiones láser de unos 120 μs de duración. En este modo de operación se alcanzan bombeos muy elevados. Empleando autoinductancias en serie sumando un total de 980 μH alargamos el pulso de bombeo hasta los 1100 μs , lo que nos permite obtener unos tiempos de emisión mucho mayores aunque obteniendo bombeos relativamente bajos.

El capacitor, formado por dos condensadores de 50 μF en paralelo, supone la parte más peligrosa del montaje y por eso se encuentra encapsulado en una caja metálica con la armadura conectada siempre a tierra. El panel del capacitor incorpora un voltímetro digital, que facilita su uso y sirve de aviso cuando los condensadores se encuentran cargados, y cuenta además con un botón de descarga manual, muy útil para eliminar el voltaje residual de hasta ≈ 150 V presente en los condensadores tras un disparo.

Los condensadores se cargan con diferencias de potencial de hasta 1600 V en pulso corto y 3000 V en pulso largo (el máximo que hemos llegado a probar por seguridad). Es peligroso producir descargas con corrientes por encima de los 750 A, pues a esas intensidades las lámparas de descarga sufren daños que poco a poco van reduciendo su eficiencia, y para corrientes mayores podrían llegar a explotar. Estas diferencias de potencial con las que cargamos el capacitor son suministradas por una fuente de alto voltaje.

El pulso de bombeo se analiza empleando una sonda de Rogowski fabricada por *Stangenes Industries, Inc.* que produce una señal de 1 V por cada 100 A de intensidad de corriente. En varios experimentos es necesario sincronizar la medida realizada por un detector con la salida del pulso láser. Para ello se puede emplear el pulso de bombeo como disparador, aunque esta sincronización presenta un *jitter* de unos cuantos microsegundos.

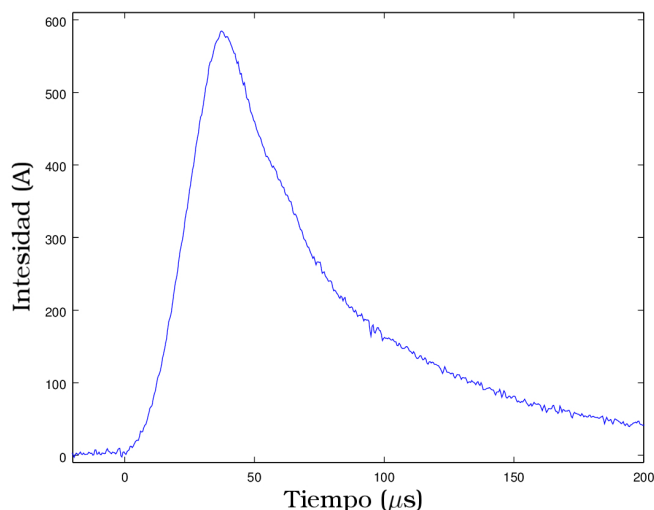


Figura 3.7: Evolución temporal de la corriente de bombeo medida con una sonda Rogowski. El disparo mostrado está en régimen de pulso corto (sin conectar ninguna autoinductancia en serie) con 1300 V de carga.

3.4. Detección y registro

Conseguir adquirir de modo fiable toda la información relevante de un experimento es una de las partes más importantes (y en ocasiones complejas) de cualquier investigación. De hecho intentar separar por un lado la realización de un experimento y por otro su medición es un sinsentido: esta distinción es una ilusión a la que nos vamos habituando cuando realizamos una misma forma de detección durante mucho tiempo, pero que se disuelve en cuanto nos enfrentamos al problema de repetir un experimento intentando acceder a información hasta entonces no tenida en cuenta.

En cualquier caso es indiscutible que, incluso en completa ausencia de dificultades técnicas, la detección y medición de fenómenos es condición imprescindible para el éxito del trabajo experimental y, por lo tanto, merece un celo y una atención de primer nivel. Durante la realización de los trabajos experimentales recogidos en esta memoria se ha empleado una moderada variedad de técnicas y sistemas de registro para poder acceder a muy distintos tipos de información, desde lecturas de intensidad local hasta imágenes ultrarrápidas de la distribución transversa de intensidad del haz láser. A continuación discutiremos las características generales de estas mediciones y de los aparatos que nos permiten llegar hasta ellas, y en los capítulos subsiguientes se ampliará esta información con detalles concretos de cada trabajo experimental.

Fotodiodos amplificados

Como se comentó en la sección 2.2.3 en los láseres de clase B el tiempo de decaimiento de la polarización es mucho menor que los tiempos de evolución de la inversión de población o del campo eléctrico. Esta diferencia es suficientemente grande

como para que merezca la pena realizar análisis numéricos haciendo la aproximación adiabática, que elimina las magnitudes que evolucionan demasiado rápido (en este caso la polarización). Por lo tanto cuando tratamos de analizar el comportamiento de láseres de este tipo terminamos encontrando que la escala de tiempos a la que debemos trabajar viene impuesta principalmente por el tiempo de decaimiento de la inversión de población y del campo eléctrico, tiempos que en el caso del Nd:YAG tienen unos valores del orden de $2.3 \cdot 10^{-3}\text{s}$ y $5.6 \cdot 10^{-8}\text{s}$, respectivamente. Por lo tanto para poder registrar cambios relevantes en la dinámica temporal de nuestro láser tenemos que tener una frecuencia de adquisición de, al menos, 1 GHz.

Para poder registrar variaciones en la intensidad láser a esta frecuencia empleamos fotodiodos amplificados de silicio. En general el grueso de nuestros detectores están fabricados en la propia facultad, y todos se basan en el fotodiodo ultrarrápido *FND-100*, con buena respuesta en el infrarrojo y que aúna una sensibilidad y una robustez que permiten su empleo a la hora de adquirir tanto intensidad local como total.

La medida de intensidad total se realiza disparando el láser contra una superficie recubierta de óxido de magnesio y recogiendo la luz reflejada con un fotodiodo amplificado. Este método presenta 3 ventajas difíciles de igualar por otros sistemas: realiza de manera automática una integración espacial de la intensidad de todo el haz, produce una atenuación necesaria y bastante controlable y, por último, no precisa de un alineamiento propiamente dicho. Su principal inconveniente es que la reflexión difusa introduce una pérdidas que cambian de manera muy importante cada vez que movemos la pantalla cubierta por el óxido o el fotodiodo, por lo que ni es un modo fiable de estimar la energía total emitida ni permite la comparación energética de mediciones de días distintos, a no ser que se realice alguna forma de normalización de la señal. Se trata, por lo tanto, de un método magnífico a la hora de adquirir información temporal (y espectral), pero no es recomendable como método para medir la energía que emite el láser.

En el otro extremo se encuentra la medida de intensidad local. En ella se selecciona, mediante un diafragma, una porción de reducido tamaño del haz del láser (típicamente del orden de $100 \times 100 \mu\text{m}^2$) y se registra sólo la intensidad de ese punto. Al analizar la intensidad en una zona tan reducida se pueden observar algunos fenómenos que no están presentes en la intensidad total porque su promedio a lo ancho de todo el haz es nulo. Además estas mediciones nos permiten asociar una señal láser a un punto muy localizado espacialmente, por lo que si adquirimos simultáneamente intensidad local de distintos lugares podemos estudiar la correlación punto a punto. El mayor problema a la hora de adquirir intensidades locales es la relativamente débil señal que producen los detectores².

La versatilidad de los fotodiodos empleados y la gran amplificación de señal de la que son capaces permiten que un mismo dispositivo sirva tanto para registrar intensidades totales como para adquirir medidas de intensidad local muy precisas. Lo único que tenemos que cambiar entre uno y otro caso son algunos elementos

²El haz láser tiene un diámetro de aproximadamente 6 mm y una superficie de unos 27 mm², por lo que la intensidad local que atraviesa un diafragma cuadrangular de 100 μm de lado representa menos del 0,04 % de la intensidad total emitida por el láser.

mecánicos ineludibles, como el reflector cubierto de óxido de magnesio en el primer caso o el propio diafragma unido a un mazo de fibras ópticas en el segundo. El hecho de poder emplear siempre el mismo fotodiodo garantiza una respuesta tanto en tiempos como en frecuencias idéntica en todos nuestros detectores, una comodidad siempre bienvenida.

Cámara CCD

Las cámaras CCD (*charge-coupled device*) emplean como sensores circuitos integrados basados en el efecto fotoeléctrico. Sus células cuentan con condensadores acoplados capaces de transferir su carga a otros condensadores integrados en el mismo circuito y la cantidad de carga transferida es proporcional al número de fotones que cada píxel absorbe. Su alta sensibilidad y eficiencia (en torno al 70 %) las convierten en dispositivos muy empleados en astronomía o en la obtención de fotografías ultrarrápidas.

Nuestra cámara es una *4 Quick E* de *Stanford Computer Optics*, con una velocidad de obturación de hasta 1.2 ns. A pesar de que es más sensible en el espectro visible que en la zona del infrarrojo en la que lasea el neodimio la alta intensidad de los disparos permiten obtener con ellas fotografías muy detalladas con tiempos de exposición de pocos nanosegundos, suficientemente bajos como para observar la distribución instantánea de la intensidad transversa. Durante la adquisición de patrones transversos generalmente empleamos una lámina monocristalina de silicio para filtrar la luz visible producida por las lámparas de descarga.

Termopila y tarjetas detectoras

A pesar de que la información experimental más relevante se registra empleando fotodiodos amplificados de alta frecuencia o una cámara CCD ultra-rápida, para construir y alinear el montaje experimental es muy recomendable emplear detectores accesorios menos precisos pero mucho más sencillos de manejar.

Para hacer lecturas de la energía total emitida por el láser empleamos una termopila conectada a un multímetro digital *Hewlett-Packar* de 1 μV de precisión, a través del cual podemos determinar la energía total del pulso con un error de 1 mJ. La termopila es un dispositivo muy resistente, cómodo de alinear y suficientemente preciso como para ser una herramienta perfecta a la hora de optimizar la salida de energía del láser (véase el anexo C). Los únicos inconvenientes que presenta es que necesita unos segundos para enfriarse y que no registra los valores que muestra, por lo que hay que estar pendiente de la pantalla en el momento de realizar un disparo.

Otro tipo de detector accesorio son las tarjetas detectoras de infrarrojo. Estas tarjetas tienen un recubrimiento de polvo cerámico con presencia de tierras raras que presentan fluorescencia cuando son irradiadas con luz infrarroja, siempre y cuando hayan sido cargadas previa o simultáneamente con luz visible. Son extraordinariamente útiles a la hora de localizar el haz láser y por lo tanto para realizar casi cualquier tarea, desde situar adecuadamente un detector hasta verificar que el haz

se refleja en la parte central de un espejo.

Osciloscopios

En todos los trabajos experimentales se han empleado osciloscopios de al menos 100 MHz. Para coordinar y sincronizar la cámara CCD y otros elementos se empleó un *Techtronik TDS 340*, mientras que las intensidades se han registrado utilizando un osciloscopio digital *Agilent infiniium DSO80604B* de 6 GHz capaz de grabar 40 GSa/s. La alta frecuencia de este segundo dispositivo permite adquirir datos con una resolución tan baja como 0,17 ns y la gran memoria que es capaz de dedicar a un único registro nos capacita para hacer espectrogramas con buenas resoluciones espectral y temporal. Esta elevada capacidad también permite registrar con notable precisión señales procedente de varios canales abarcando varios cientos de microsegundos cuando nos alejamos de las escalas de adquisición más rápidas.

El osciloscopio de 6 GHz cuenta, además, con un ordenador interno que aporta diversas funciones de gran utilidad, gracias a las cuales se pueden detectar y aislar señales en experimentos muy *ruidosos*. Una de sus ayudas más útiles es la opción de dispararse cuando la señal se ajusta a una máscara definida a partir de una imagen editable. Este tipo de dispositivos necesitan varios ventiladores para refrigerarse y, en consecuencia, tienden a acumular bastante electricidad estática, por lo que es muy recomendable mantenerlos siempre conectados a tierra.

Sincronización y contaminación por radiofrecuencia

El violento pico de 40 kV que se emplea para preionizar los átomos de xenón produce un pulso de radiofrecuencias que inunda todo el laboratorio, permeando parcialmente el blindaje de algunos aparatos y llegando a otros tras propagarse por el cableado (incluso a través de cables apantallados con una camisa metálica o del propio cable de tierra de la maquinaria). Para proteger en la medida de lo posible a los detectores se les sitúa, siempre que el experimento lo permite, dentro de una jaula de Faraday de gran tamaño situada al lado de nuestra mesa óptica (véase la fotografía 3.1). Aunque evitar que se filtre el 100 % de la señal no está al alcance de este dispositivo sí que proporciona una protección suficiente hasta el rango de los gigahercios. Con todo el pulso de preionización es visible en la señal de prácticamente cualquier detector como una oscilación rápida y desordenada que precede al pulso de descarga y, necesariamente, a la emisión láser.

En este contexto fijar las condiciones de adquisición de los osciloscopios empleando únicamente un umbral a partir del cual grabar la señal resulta muy problemático, especialmente cuando se trata de adquirir datos experimentales en los que la relación señal/ruido es muy baja. Incluso emplear criterios más estrictos, como la necesidad de que el pulso que dispare el sistema tenga un ancho determinado, funciona mal cuando la contaminación radioeléctrica es tan rápida y cambiante. En contraposición a esta señal, violenta e impredecible, los pulsos de intensidad láser suelen tener una estructura muy regular bajo unas condiciones dadas. Gracias a esta regularidad es posible diseñar máscaras de detección específicas para ellos, consiguiendo que el

osciloscopio ignore el resto de señales que le llegan desde detectores, tomas de tierra y alimentación o que atraviesan su propio apantallamiento.

Por otro lado cuando se trabaja a una escala relativamente grande (como por ejemplo unos $10 \mu\text{s}/\text{div}$) se puede sincronizar el grabado de datos empleando el pulso de bombeo, pues es una señal muy fuerte y a la vez suave que siempre precede a la emisión y que es fácilmente diferenciable del pulso de preionización. No obstante esta forma de sincronización falla a escalas más exigentes, pues existe un *jitter* de algunos μs entre el pulso de bombeo y el comienzo de la emisión láser.

Parte II

Trabajos Experimentales

Capítulo 4

Modos No Ortogonales en Láseres de Gran Apertura

4.1. Introducción

Los patrones transversos de la intensidad han sido objeto de análisis desde la construcción de los primeros dispositivos con actividad óptica [39]. Pronto se comprendió que la dinámica transversa de esos sistemas es de vital importancia para el funcionamiento de los mismos, por lo que su análisis resulta imprescindible.

Los láseres de gran apertura, en los que el ancho del medio activo es grande en relación a los fenómenos difractivos que en él se dan, exhiben de manera natural patrones transversos ordenables en tres categorías. En primer lugar nos encontramos con el haz ideal, un modo fundamental TEM_{00} fácil de focalizar y con baja divergencia α , cuya intensidad en el plano transverso sigue una curva gaussiana. Esta distribución, que es la más adecuada para la inmensa mayoría de las aplicaciones, es una solución de la ecuación de ondas que pertenece simultáneamente a las dos bases ortogonales más populares en el análisis de los modos de la cavidad (la de Gauss-Hermite, cartesiana, y la de Gauss-Laguerre, cilíndrica).

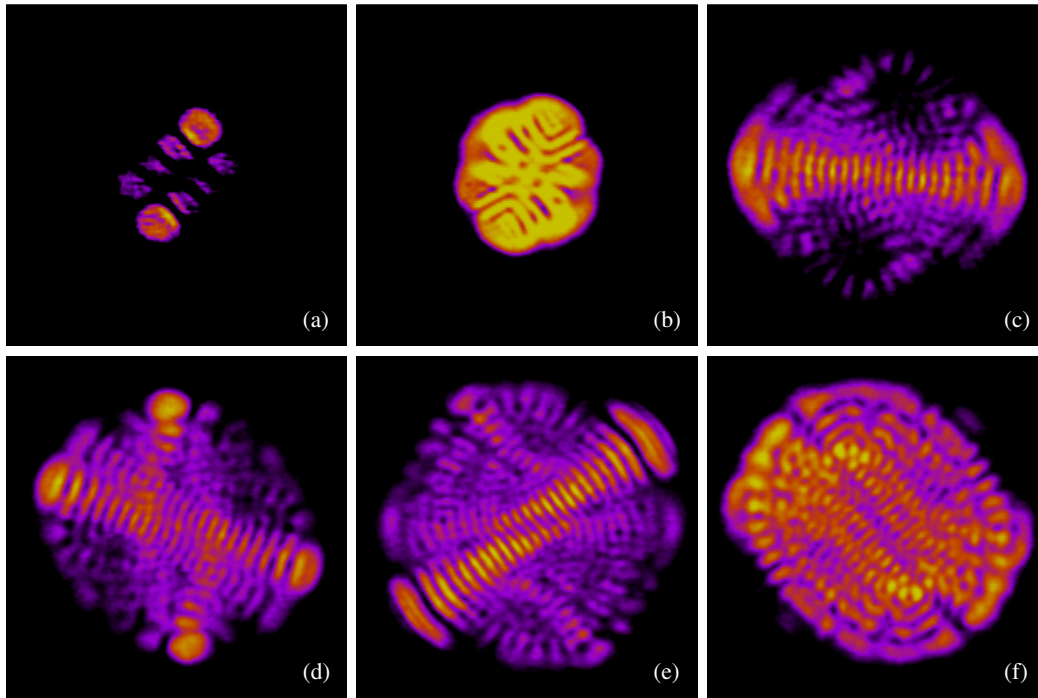


Figura 4.1: Patrones instantáneos obtenidos con un medio activo de silicato $Q-246$ y un bombeo 4 veces superior al bombeo umbral. Los retardos con respecto al inicio del pulso son (a) $1 \mu s$, (b) $2 \mu s$, (c) $7 \mu s$, (d) $8 \mu s$, (e) $25 \mu s$ y (f) $50 \mu s$. Las dos primeras imágenes corresponden al inicio del primer pulso; la imagen (a) corresponde a la mitad de la subida mientras que (b) a una intensidad similar tras el máximo. Los patrones obtenidos después de (g) mantienen el mismo tamaño mínimo de estructuras, aunque el aspecto general sea diferente. Todas estas imágenes han sido obtenidas con tiempos de adquisición de entre 2 ns excepto (f), que pertenece al final de la emisión y por lo tanto precisa 4 ns de exposición para tener una relación entre señal y ruido similar al resto.

Cuando, con el objetivo de conseguir mayor potencia de emisión, se aumenta el bombeo suministrado a un dispositivo láser, se alcanza un límite en el cual la concentración de energía pone en peligro la integridad del medio activo. Este punto dependerá fundamentalmente del régimen de operación, de la refrigeración a la que está sometida el medio y de sus características térmicas (conductividad, dilatación, resistencia mecánica y degradación). Para sortear este límite se emplean medios activos de grosor creciente, lo cual hace que modos con mayor orden que el TEM_{00} dispongan de la amplificación necesaria para superar las mayores pérdidas por difracción inherentes a su mayor anchura espacial.

Se entra entonces en el segundo escenario, en el que los modos amplificados tienen un orden transversal no nulo y el TEM_{00} , a pesar de seguir teniendo el umbral más bajo, deja de ser predominante. Las figuras 4.1 y 4.2 muestran patrones experimentales de nuestro dispositivo láser pertenecientes a esta categoría. En ellos el fundamental no es distinguible y la intensidad transversal corresponde a distribuciones de mayor orden espacial. Como se comentó en su momento en la subsección 2.3.2, según la calidad de la simetría cilíndrica del dispositivo los nuevos modos guardarán mayor parecido con la base de Gauss-Laguerre o con la de Gauss-Hermite. Los modos experimentales, además, podrán presentar algunas diferencias estructurales importantes con respecto a los modos de cavidad vacía. Entre estas diferencias se encuentra la pérdida de ortogonalidad, una cualidad de la distribución transversal de energía que depende en gran medida de la isotropía del medio activo, de los gradientes térmicos que se puedan dar en él y de la homogeneidad del bombeo. Combinando mediciones de intensidad local con simulaciones numéricas hemos estudiado el efecto de bombeos asimétricos sobre la ortogonalidad de los modos que componen la emisión en nuestro dispositivo pulsado.

En nuestro láser de gran apertura la presencia de modos de orden espacial no nulo suele estar asociada al régimen de emisión multi-modal. En este contexto, los modos presentes interaccionarán de manera no lineal entre sí, siguiendo el comportamiento impuesto por las ecuaciones de Maxwell-Bloch y produciendo una dinámica espacial cada vez más compleja. Este segundo escenario puede perdurar hasta el final de la emisión (bien aumentando paulatinamente su complejidad, bien estabilizándose al alcanzar los modos presentes un orden espacial determinado), aunque en algunos sistemas la interacción no lineal entre modos transversos puede terminar provocando una transición dinámica tras la cual el patrón adquiere un aspecto filamentado y deja de ser interpretable en términos de modos de la cavidad vacía. Esta forma de emisión, en la que el campo electromagnético se ha disgregado en haces independientes, sería el tercer escenario posible y, desde el punto de vista de las aplicaciones que requieren una baja divergencia y una buena focalización de la radiación láser, el menos conveniente.

Numerosos estudios [50, 51, 104–106] analizan cómo mantener a los dispositivos operando en el primer escenario, con toda la emisión concentrada en un TEM_{00} , empleando para ello una enorme variedad de técnicas: absorbentes saturables, *feedback* o retroalimentación, hologramas intracavitarios, etc. En el presente capítulo, sin embargo, se estudia la variación del patrón transversal de nuestro láser de gran apertura sin tratar de intervenir en su evolución. Nuestro análisis prestará espe-

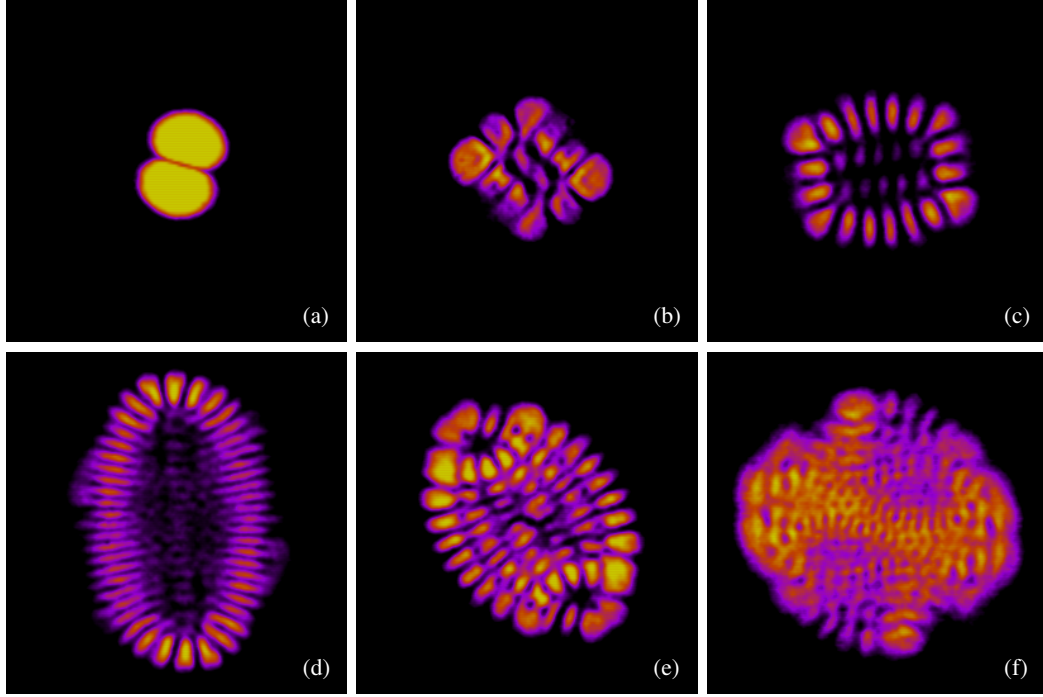


Figura 4.2: Patrones instantáneos obtenidos con un medio activo de silicato. El retardo de cada imagen es (a) $1 \mu s$, (b) $2 \mu s$, (c) $10 \mu s$, (d) y (e) $20 \mu s$ y (f) $7 \mu s$. El parámetro de bombeo es 2,5 en (a), 3 en (e), 4 en (f) y 2 en el resto de figuras. El tiempo de adquisición varía entre los 2 y los 5 ns.

cial atención a los procesos previos a la filamentación del haz y a la violación de la ortogonalidad de los modos amplificadas, porque estos fenómenos han sido los protagonistas de dos de los artículos publicados durante la realización de la presente tesis [61, 62]. Volveremos a prestar atención al tercer escenario en el capítulo 5, en el que se estudia la relación entre el tipo de ensanchamiento de la curva de ganancia y la capacidad del sistema de abandonar el régimen de emisión ordenada.

4.2. Modos reales

Como se explicó en la sección 2.3 del capítulo 2, los modos experimentales de muchos dispositivos láser presentan una gran similitud con los *TEMs* definidos para cavidades pasivas y cerradas. El parecido es suficiente como para extender la notación de los modos teóricos a los reales, aunque como se verá en la sección 4.3 las distribuciones experimentales de intensidad láser no heredan todas las propiedades de las soluciones de la ecuación del campo en aproximación paraxial.

Entre las diferencias que encontramos entre los modos de cavidad vacía y las distribuciones experimentales destacan:

1. **Corrimiento en frecuencias por introducción del medio activo.** Aunque la longitud del resonador l (definida como la separación entre los reflectores

que la forman) permanezca inalterada la introducción de un medio activo de índice de refracción $\neq 1$ y una longitud h modifica la distancia óptica de la cavidad L , magnitud que define los modos resonantes para una cavidad dada. La variación total de la fase de Gouy, dependiente de la distancia de Rayleigh, también varía. Como resultado la colección de frecuencias $\nu_{q,mn}$ que cumplen la ecuación de resonancia 2.101, reescrita ahora como:

$$\nu_{q,mn} = \frac{c}{2L} \left[q + (m + n + 1) \frac{\Delta\psi}{\pi} \right] \quad (4.1)$$

serán comparativamente menores que las anteriores para los mismos índices. Las frecuencias reales de emisión no tendrán por qué ser menores, porque al contraerse todo el espectro discreto nuevas frecuencias caerán dentro de la curva de ganancia. La figura 4.3 ilustra esta variación.

2. **Aberración** Los modos experimentales son versiones deformadas de los *TEM* de cavidad vacía. En rigor los propios *TEM* teóricos para una cavidad no perfectamente alineada (en la que el radio de curvatura del frente de ondas R y la fase de Gouy ϕ no dependen sólo de \hat{z} , sino también de las coordenadas transversas) presentan ya una deformación de aspecto astigmático. La introducción del medio activo potencia en gran medida esta aberración, introduciendo además otra de carácter esférico. En dispositivos de onda continua, además, la aparición de lente térmica puede introducir una deformación extra.
3. **Complejidad y ortonormalidad.** Las soluciones para una cavidad activa y con al menos uno de los extremos abierto (como es el caso de las cavidades de los láseres) son más complejas que los *TEMs* de la cavidad vacía y cerrada. Para empezar el campo láser real tiene, además, que cumplir la ecuación de Maxwell-Bloch para el campo en un medio material, así como nuevas condiciones impuestas por los elementos intravacatarios (como es por ejemplo el medio activo). Por otro lado en general no es posible escribir un operador hermítico para la propagación de una onda electromagnética a lo largo de una trayectoria completa dentro de un resonador con un extremo abierto, por lo que no está garantizado que las autofunciones que genere formen una base completa (u ortogonal) [71], aunque esta posibilidad tampoco está necesariamente excluida. Los modos TEM, por su parte, sí forman una base completa, por lo que cualquier distribución arbitraria de energía que verifique la ecuación para el campo dentro de una cavidad cerrada puede ser expresada como una suma finita de modos TEM. También son ortonormales, característica que los patrones experimentales no tienen por qué cumplir [62].

A pesar de estas discrepancias, incluyendo que los modos propios de la cavidad están definidos para el régimen de onda continua, incluso el campo electromagnético experimental de los láseres pulsados frecuentemente presenta un altísimo parecido con ellos. La semejanza es tal que normalmente la distribución espacial de la intensidad de nuestro sistema, mientras no se haya producido la transición al desorden que resulta en una distribución filamentada, se acomete perfectamente en términos de

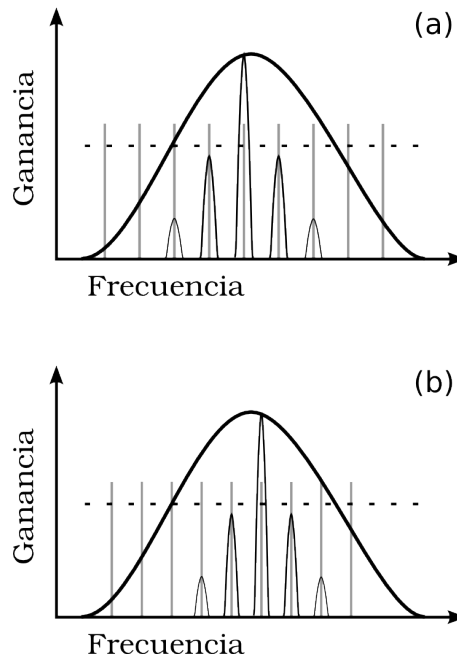


Figura 4.3: Corrimiento en frecuencias de modos longitudinales al introducir el medio activo. En el caso representado la disminución de las frecuencias del resonador al crecer su longitud óptica produce un aumento en la frecuencia de emisión, pues el modo más amplificado en (b) no sólo tiene mayor orden espacial que el más amplificado en (a), sino que además tiene mayor frecuencia. La figura se ha escalado con una disminución de la separación entre frecuencias del 14 %, en consonancia con los valores mostrados en la página 43, referidos a nuestro sistema experimental. Por motivos de claridad la anchura de la curva de ganancia no se corresponde a ninguno de nuestros medios activos (el Nd:YAG, el material con menor ensanchamiento empleado en estos experimentos, tiene una anchura que equivale a 400 veces la separación entre modos axiales).

estas soluciones para la cavidad vacía, mientras que el comportamiento dinámico de la radiación emitida se puede descomponer en varias frecuencias ópticas discretas, cada una relacionada con un modo de la cavidad. Por eso los modos experimentales heredan la nomenclatura de los TEM y son rutinariamente etiquetados con los índices de los TEMs a los que se asemejan, hasta el punto de que la distinción entre un modo experimental y un TEM suele ser (y este texto no será en adelante una excepción a esta costumbre) completamente obviada.

4.3. Ortogonalidad

En la sección 2.3 se explicó que para que un modo electromagnético sea una solución de la ecuación de ondas capaz de mantenerse en el interior de un resonador óptico ha de verificar la condición de resonancia. Una característica común a todas las familias de polinomios a partir de las cuales se construyen los modos canónicos para la cavidad vacía (como son los polinomios de Hermite o de Laguerre) es la ortogonalidad. Una secuencia de polinomios $P = P_1, P_2, P_3 \dots$ es ortogonal cuando todos sus elementos verifican:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_m(x) P_n(x) w(x) dx = \delta_{mn} \quad (4.2)$$

siendo m y n el orden de los polinomios y $w(x)$ una función peso (real en todo el intervalo) dada. En el caso de los polinomios de Hermite, por ejemplo, esta función es $w(x) = e^{-x^2}$, con lo cual la ortogonalidad entre modos de Gauss-Hermite (que incorporan, además de un polinomio de Hermite para cada dimensión, una exponencial gaussiana, véase la ecuación 2.94 de la página 48) está garantizada.

Generalmente los TEMs experimentales heredan de los modos para la cavidad su distribución espacial, manteniendo la ortogonalidad. Sin embargo, esta característica depende de manera muy directa de la homogeneidad de la ganancia en el interior del medio activo, magnitud a su vez dependiente del bombeo, la concentración de dopantes y el índice de refracción. Cuando la homogeneidad es suficiente los modos experimentales tienen una buena ortogonalidad y el rastro de su batido desaparece en las medidas de intensidad total, confundiéndose con el ruido espectral de fondo. Sin embargo, si el grado de ortogonalidad no es muy elevado, en el espectro de intensidad total son distinguibles los picos debidos a batidos de modos transversos.

La gran apertura de nuestro dispositivo experimental impide que las condiciones de contorno impongan una distribución transversa suficientemente canónica, por lo que la dinámica espacio-temporal es especialmente sensible a asimetrías o inhomogeneidades de todo tipo. En este contexto, pequeñas irregularidades en el perfil de bombeo pueden producir un perfil de la ganancia suficientemente inhomogéneo como para que la ortonormalidad de los patrones experimentales desaparezca.

4.4. Metodología

Como se adelantó en la sección 4.1 hemos centrado nuestro estudio de los patrones transversos en dos áreas. A través de la obtención de patrones instantáneos con una cámara CCD, hemos analizado la distribución instantánea de la intensidad del haz láser, identificando modos encuadrables principalmente en las familias de Gauss-Hermite y Gauss-Laguerre, constatando el aumento de la complejidad de las distribuciones a lo largo del pulso de emisión y observando cómo en el Nd:YAG ocurre una transición dinámica orden-desorden, tras la cual el campo láser se disgrega en una serie de filamentos no correlacionados entre sí.

Para adquirir estos patrones, disparamos el circuito de obturación de nuestra cámara empleando la señal de bombeo. Este método es bastante sencillo y fiable, pero tiene un *jitter* de varios microsegundos, por lo que obtener imágenes del inicio del pulso láser es complejo.

Por otro lado hemos adquirido intensidades locales y totales para comprobar la ortogonalidad de los modos presentes en la emisión ordenada. Obtuvimos mediciones de intensidad local disparando el láser contra un diafragma variable, ajustando una apertura cuadrada de $125\ \mu\text{m}$ de lado. Mediante dos tornillos micrométricos podíamos elegir el punto del haz en el que queríamos medir la intensidad local. Para adquirir intensidades totales con detectores de sección menor que el haz hicimos incidir la radiación láser contra una superficie cubierta de óxido de magnesio. La luz reflejada fue recogida por un detector equipado con un fotodiodo amplificado, que recibe contribuciones equivalente de todos los puntos del haz.

4.5. Resultados

4.5.1. Violación de la ortogonalidad en modos experimentales

Hemos detectado la presencia de modos no ortogonales a través de su rastro espectral en las mediciones de intensidad total de tres medios activos distintos (Nd:YAG y dos matrices de vidrio, un fosfato y un silicato, dopadas también con Nd^{+3}), perturbación que no se puede atribuir a la presencia de modos de Gauss-Hermite convencionales. El descubrimiento de este fenómeno y su explicación han sido expuestos en dos artículos publicados durante la realización de la tesis recogida en esta memoria [61, 62].

La figura 4.4 recoge los espectros experimentales de las intensidades local y total de nuestro láser de Nd:YAG a dos bombeos distintos, alimentados con un pulso de unos $200\ \mu\text{s}$. Los espectros locales muestran claramente un pico próximo a los 35 MHz, correspondiente al batido entre modos transversos adyacentes. Parte de este pico persiste en los espectros totales, indicando que la ortogonalidad de los modos transversos que interfieren y generan el batido no es completa.

Generalmente se asocia la existencia de modos no-ortogonales (denominados

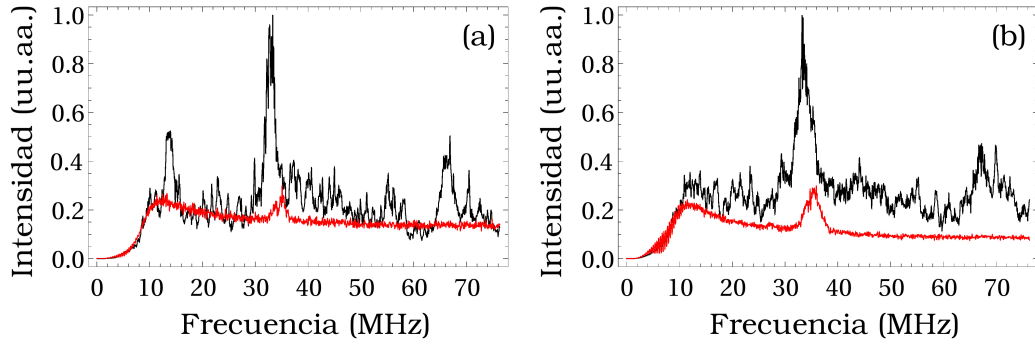


Figura 4.4: (a) Espectro de la intensidad total (rojo) y local (negro) de un láser de Nd:YAG sometido a un bombeo 3 veces mayor que el bombeo umbral. (b) Ídem, pero con un bombeo 5 veces mayor que el bombeo umbral.

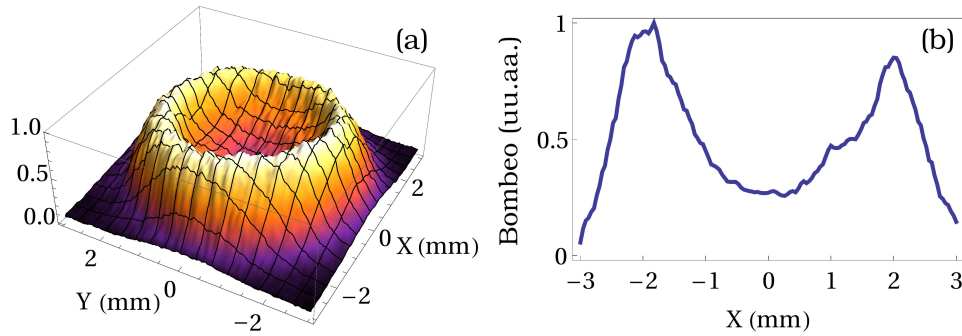


Figura 4.5: (a) Imagen tridimensional del perfil de fluorescencia medido experimentalmente. Las zonas más altas indican una mayor intensidad. Como se puede apreciar en el interior del medio activo la fluorescencia es menor que en capas más externas; el bombeo y la inversión de población también tendrán esta distribución. (b) Sección transversal del perfil de bombeo en el que se aprecia la asimetría lateral del mismo.

NOMs por su acrónimo en inglés) a gradientes térmicos provocados por bombeos asimétricos [107] y a inhomogeneidades en la distribución de dopantes o en la estructura cristalina del medio activo [108]. En nuestro dispositivo los efectos térmicos son despreciables, ya que se trata de un láser pulsado [71], y la difusión del bombeo no presenta anisotropías de ningún tipo, como ocurre en medios activos en los que la inversión es bombeada mediante la recombinación de pares hueco-electrón o en los que la concentración de centros ópticamente activos es muy alta y heterogénea, impidiendo una distribución suave de la densidad de inversión de población. En vista de que los fenómenos responsables de la aparición de NOMs en otros dispositivos no existen o no son relevantes en el nuestro, decidimos estudiar la distribución interna del bombeo.

Medimos la fluorescencia producida en el medio activo por el bombeo, evitando posibles efectos de amplificación, irradiando una sección reducida del medio activo empleando las mismas lámparas y el mismo voltaje de carga utilizado en los experimentos en los que detectamos la existencia de NOMs. Garantizamos que sólo una

fracción de la barra láser sería irradiada enfundando el medio activo en dos tubos opacos de PVC que cubrieron toda su superficie cilíndrica, con la excepción de una pequeña franja (de unos 3 mm) situada en el centro del material. De este modo adquirimos una fotografía de la fluorescencia empleando una cámara CCD y una única lente, dispuesta de manera que la imagen de la fracción irradiada se formara sobre la célula detectora de la cámara. En ausencia de radiación láser, la fluorescencia registrada es proporcional al bombeo suministrado al medio activo. Como muestra la figura 4.5, uno de los laterales del perfil de fluorescencia es más intenso que el otro, lo que implica que las lámparas no producen la misma inversión de población a ambos lados del medio activo. A través de esta asimetría en el perfil de bombeo se induce una anisotropía en el índice de refracción, que depende de la densidad de la inversión de población [109] de la forma:

$$n(\omega) \simeq 1 + \frac{N |\boldsymbol{\mu}_{21}|^2 (\rho_{22} - \rho_{11})(\omega - \omega_{21})}{2\varepsilon_0 \hbar [(\omega - \omega_{21})^2 + \gamma_{\perp}^2]} \quad (4.3)$$

siendo este efecto capaz de provocar que los modos transversos que superan el umbral de amplificación vean un índice de refracción no homogéneo espacialmente, rompiendo por lo tanto las condiciones necesarias para mantener la ortogonalidad. Para reforzar esta explicación programamos simulaciones numéricas en las que comparamos el espectro de intensidad total tanto en el caso de un bombeo perfectamente simétrico como empleando una distribución similar a la observada experimentalmente, encontrando que los NOMs sólo están presentes en el segundo caso (véanse las figuras 4.6 y 4.7). A diferencia de otros estudios teóricos sobre NOMS [107, 110] en los que se integra un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que reflejan las amplitudes de una serie de modos de cavidad pre-definidos, elegimos integrar directamente la versión diferencial de las ecuaciones de Maxwell-Bloch siguiendo el procedimiento explicado en la sección 2.5.

A partir de las mediciones del perfil transversal del bombeo y de simulaciones numéricas hemos concluido que la violación de la ortogonalidad en nuestros modos experimentales se debe a que las lámparas de descarga proporcionan un bombeo notablemente asimétrico. En nuestro dispositivo, como se detalla en la sección 3.2, las lámparas y el medio activo se encuentran dispuestas en el mismo plano horizontal dentro de una cámara de bombeo cerrada por un reflector bielíptico chapado en oro (véase la figura 3.4). A causa de este diseño el bombeo puede no ser radialmente simétrico. Nuestras mediciones de la distribución interna de la fluorescencia indican que, además, la simetría lateral tampoco se mantiene.

La medición del perfil de bombeo deparó también una sorpresa. En la literatura es frecuente modelizar el bombeo como una distribución constante a lo ancho del haz, pero en nuestras imágenes a partir de medios activos de 6 mm de diámetro parcialmente irradiados (véase la figura 4.5) detectamos que el bombeo es bastante menor en el interior del material que en una corona circular situada a unos 2 mm del centro.

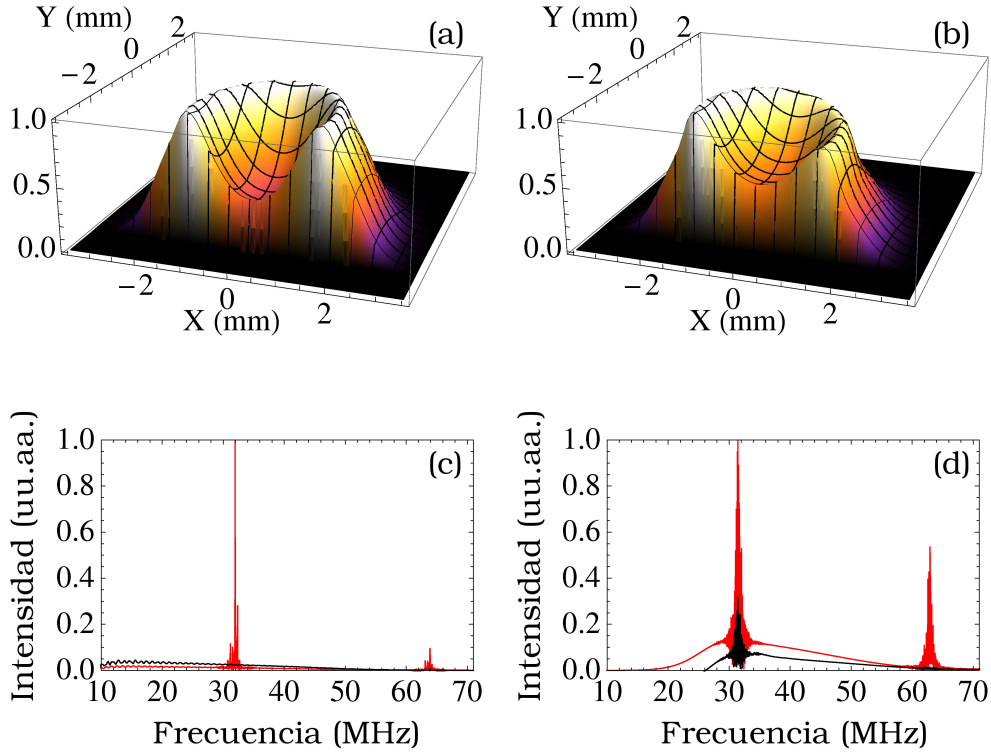


Figura 4.6: Perfiles simétrico (a) y asimétrico (b) de bombeo empleados en las simulaciones. Introduciendo uno u otro se generan los espectros (c) y (d), respectivamente. En ellos, la intensidad local (rojo) muestra los batidos de modos transversos. Según el tipo de bombeo empleado, la intensidad total (negro) perderá todo rastro de esta interferencia (c) o conservará una parte (d).

4.6. Conclusiones

La dinámica transversa de láseres de gran apertura obedece a la interacción de multitud de efectos y condiciones, que participan a su vez en fenómenos que van desde la elección de las frecuencias del campo láser hasta la dinámica de acumulación y quemado de la inversión de población en el medio activo. La distribución transversa del bombeo, responsable de aportar la inversión que alimenta a la radiación láser, influye de manera muy directa en los modos transversos experimentales de los dispositivos de gran apertura, en los que las pérdidas por difracción de los modos de alto orden espacial son relativamente bajas, lo que permite a estas soluciones autoamplificarse.

En este capítulo hemos prestado especial interés a la presencia de modos no ortogonales en nuestro dispositivo, detectados a través de la persistencia de oscilaciones asociadas al batido de modos transversos en el espectro de la intensidad total de salida. Tras estudiar el perfil de bombeo hemos concluido que una distribución asimétrica del mismo provoca la aparición de este tipo de soluciones. Nuestras simulaciones numéricas, basadas en ecuaciones de Maxwell-Bloch, muestran que el grado de ortogonalidad de los modos transversos depende fuertemente del nivel de asimetría con el

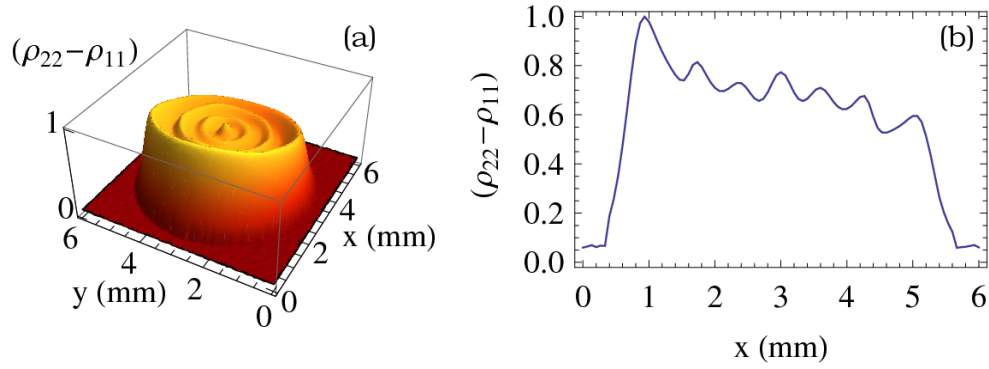


Figura 4.7: (a) Distribución espacial de la inversión de población resultante al realizar simulaciones numéricas con un perfil de bombeo asimétrico. (b) Sección transversa de la inversión.

que modelemos el perfil de bombeo. Esta tendencia a la desortogonalización podrá darse en sistemas en los que los efectos térmicos no son suficientemente intensos como para controlar la dinámica transversa, como pueden ser discos delgados sometidos a una refrigeración muy eficiente [111] o láseres de semiconductores de gran apertura bombeados con pulsos cortos, menores que la escala de tiempos térmicos (que está en los cientos de nanosegundos), empleados para obtener altas potencias de emisión sin someter al material a grandes tensiones de origen térmico [112]. En dispositivos pulsados en los que el bombeo se consigue mediante el uso de varias lámparas de destello, es de esperar que se reproduzcan nuestros resultados siempre que el rendimiento de las lámparas no sea suficientemente uniforme.

Capítulo 5

Efecto del tipo de Ensanchamiento en la Dinámica Transversa

5.1. Introducción

Los iones responsables de la amplificación láser proporcionan un nivel de ganancia que depende de la frecuencia de los fotones que inducen emisión estimulada. La representación de la ganancia en función de la frecuencia es denominada curva de ganancia. Uno de los factores que más influyen en la capacidad de un determinado fotón de inducir una emisión estimulada es la resonancia entre el campo del primero y la línea de transición de la inversión de población.

A pesar de que la respuesta espectral de un medio activo está estrechamente relacionada con la fluorescencia de los centros de color, diversos efectos influyen en el modo en el que la radiación satura las transiciones electrónicas de los iones ópticamente activos. De manera general se dividen los efectos que modifican la respuesta espectral de un material entre ensanchamientos homogéneos e inhomogéneos.

El primer caso se caracteriza porque la alteración producida es idéntica en todos los iones. Así, sufren el mismo ensanchamiento de su curva de ganancia y corrimientos en frecuencia de igual magnitud. El segundo tipo de efectos, por el contrario, altera de manera diferencial cada electrón ópticamente activo del medio material, generalmente provocando corrimientos de distinto signo e importancia. En función de la variabilidad del corrimiento producido la curva de ganancia de un medio con ensanchamiento inhomogéneo puede llegar a ensancharse varios órdenes de magnitud con respecto a la respuesta individual de cada ion.

Existen diversos mecanismos capaces de alterar la respuesta espectral de los iones. Un material tiende a ser afectado más por unos u otros en función del estado de agregación en el que se encuentre. En medios gaseosos, por ejemplo, es habitual que predominen el ensanchamiento colisional y el corrimiento Doppler en frecuencias, mientras que en medios sólidos la red iónica tiene una gran importancia, bien a través de las inhomogeneidades que pueda presentar el campo cristalino o bien por efecto de los fonones de la red, capaces de destruir la fase de la transición, provocando decoherencia. En cualquier caso ambos tipos de ensanchamiento (homogéneo o inhomogéneo) son observables en medios amplificadores en cualquier estado de agregación. También es frecuente que un mismo medio activo presente ensanchamientos de uno u otro tipo en función de, por ejemplo, la temperatura a la que se encuentre.

El tipo de ensanchamiento juega un papel crucial en el comportamiento de un material amplificador, particularmente en cuanto al modo en el que se satura la inversión de población acumulada. Cuando se desea desarrollar un sistema mono-modo en ocasiones se opta por ensanchamientos homogéneos para restringir la cantidad de modos de la cavidad capaces de amplificarse, mientras que para construir un dispositivo que genere pulsos muy compactos mediante bloqueo de modos es recomendable disponer de un medio que presente un ensanchamiento inhomogéneo muy pronunciado [113].

La capacidad de un láser de presentar inestabilidades espacio-temporales depende en gran medida del tipo de ensanchamiento. Los láseres mono-modo con ensanchamiento homogéneo (abreviado como *SMHL* por sus iniciales en inglés) han de cumplir dos condiciones para alcanzar el segundo umbral láser y desarrollar inesta-

bilidades como el auto-pulsado: verificar la condición de mala cavidad ($\kappa > \gamma_{\perp} + \gamma_{\parallel}$) y ser sometidos a un bombeo muy intenso, entre 9 y 20 veces mayor que el bombeo umbral [31]. En estos medios la interacción no-lineal entre el campo y la polarización conduce a la aparición de inestabilidades. Los láseres mono-modo con ensanchamiento inhomogéneo (*SMIB*), por otro lado, tienen un segundo umbral muchísimo menor. En ellos, fenómenos como el auto-pulsado ocurren a bombeos bajos, producidos por la interacción entre la polarización y la inversión de población en ausencia de un campo eléctrico fuerte, capaz de imponerse sobre la evolución libre de, por ejemplo, el desfase entre las componentes real e imaginaria de la polarización [32, 79].

También existen importantes diferencias entre materiales con ensanchamiento inhomogéneo. En estos sistemas se pueden producir fenómenos de transferencia de inversión de población entre iones con distinta frecuencia de resonancia tales como la relajación cruzada o conversión cooperativa ascendente (conversión Auger). La presencia y velocidad de estos mecanismos afecta a la aparición de comportamiento temporal caótico [114] o quemado espectral [59].

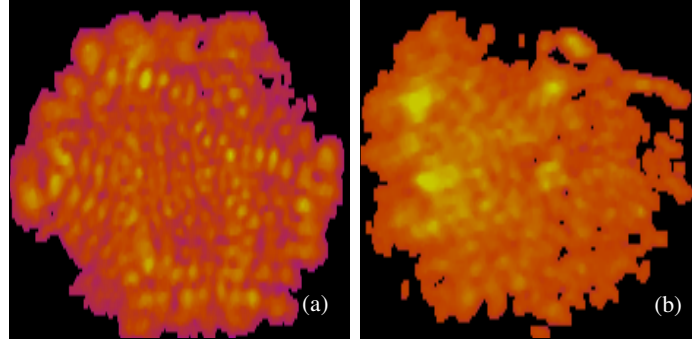


Figura 5.1: Patrones instantáneos obtenidos con un medio activo de Nd:YAG tras la transición orden-desorden estudiada por nuestro grupo en [74]. Los patrones han sido obtenidos con (a) un parámetro de bombeo $r = 2,7$ y un retardo con respecto al inicio del pulso de $77 \mu s$ y (b) $r = 4,0$ y $25 \mu s$.

En cuanto a la dinámica transversa, algunos estudios teóricos [73, 115] predijeron la inhibición de la transición orden-desorden observada en láseres de estado sólido [74] al emplear matrices con ensanchamiento inhomogéneo. Esta predicción fue verificada en nuestro sistema láser [116] empleando una matriz de Q-98, un fosfato que presenta alta ganancia y un importante ensanchamiento inhomogéneo (5,8 THz). Durante esta constatación experimental, basada en la obtención de patrones instantáneos de intensidad transversa e intensidades locales con alta resolución temporal, se comprobó que la filamentación no llegaba a producirse durante tiempos de emisión sensiblemente mayores que en el caso del Nd:YAG, pero no fue posible distinguir la importancia relativa de dos importantes características del medio empleado: su ya mencionado ensanchamiento inhomogéneo y un rapidísimo mecanismo de relajación cruzada, con un tiempo propio situado en el orden de los nanosegundos.

El trabajo experimental que se presenta en este capítulo [61] estudia el papel que juegan los mecanismos de reparto de inversión a lo largo de la curva de ganancia en la supresión de la filamentación. Para ello se compara el comportamiento, en

condiciones lo más similares posibles, de tres matrices dopadas con iones trivalentes de neodimio: Nd:YAG, *Q-98* y *Q-246*, un silicato con 7,3 THz de ensanchamiento inhomogéneo en el que los tiempos de relajación cruzada son 5 órdenes de magnitud más lentos que en el *Q-98*, situándose en el centenar de microsegundos, y que como se explicará a lo largo de este capítulo muestra un comportamiento de saturación más parecido al de los materiales homogéneos.

5.2. Ensanchamiento homogéneo

Como en los medios con ensanchamiento homogéneo todos los iones con actividad óptica presentan la misma respuesta espectral, una señal suficientemente intensa, situada dentro de la curva de ganancia, saturará de manera uniforme la transición responsable de la actividad láser. La desintonía entre un fotón y cualquier ion, por lo tanto, es invariable.

En esta sección se repasan los fenómenos responsables de las distintas formas de ensanchamiento homogéneo que presentan los medios activos empleados en los experimentos. Además de los mecanismos explicados a continuación, existen otros efectos capaces de ensanchar homogéneamente las transiciones de otros dispositivos. En los láseres que emplean gases como medio activo, por ejemplo, son especialmente importantes el ensanchamiento colisional (pues los choques contra otras moléculas suelen ser la principal fuente de decoherencia) y el menos frecuente ensanchamiento de tiempo de tránsito (que ocurre en dispositivos en los que el tiempo que una molécula tarda en recorrer la distancia transversal de la cavidad limita la duración de la interacción coherente entre los átomos y las señales aplicadas, pues resulta ser menor que los tiempos de decaimiento de la inversión de población [35]).

Los procesos que provocan ensanchamiento homogéneo atacan la monocromaticidad de la transición láser ideal, introduciendo probabilidades de desexcitación a través de distintas vías. Como en todos los casos estos efectos producen alteraciones idénticas en la totalidad de los iones las curvas de ganancia resultantes, como se verá a continuación, están caracterizadas por tener una forma lorentziana (o de distribución de Cauchy).

5.2.1. Tiempo de vida radiativo

Como se vio en el capítulo 2 (Fundamento Teórico), en un átomo de dos niveles la probabilidad de desexcitación espontánea de un electrón situado en el nivel superior es γ_{21} , y su inverso es el tiempo de vida radiativo τ_{21} . El ritmo al que se desexcitan los $S = VN\rho_{22}$ electrones situados en el nivel superior¹ de la transición láser de un medio activo con densidad de iones ópticamente activos N y volumen V será:

¹No ha de confundirse la variable S , la cantidad total de electrones situados en el nivel superior de un medio láser, con una inversión de población. Véase la página 19.

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{S}{\tau_{21}} \quad (5.1)$$

con lo que, partiendo de una población S_0 , el número de electrones excitados en función del tiempo será $S(t) = S_0 e^{-\frac{t}{\tau_{21}}}$. La potencia irradiada, proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico emitido E , será a su vez proporcional al ritmo de disminución del número de electrones situados en el nivel superior:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{S_0}{\tau_{21}} e^{-t/\tau_{21}} \propto E^2 \quad (5.2)$$

con lo que el campo eléctrico radiado, cuya frecuencia será la de la transición entre niveles ω_{21} (y que en los materiales capaces de acumular de manera eficiente inversión de población es mucho más rápida que la amortiguación), tendrá la forma:

$$E = E_0 e^{-t/2\tau_{21}} e^{-i\omega_{21}t} \quad (5.3)$$

Este campo resultante no es estrictamente monocromático sino que, como revela la transformada de Fourier del mismo, presenta una cierta anchura espectral:

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{E_0}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-i\omega t} e^{-t/2\tau_{21}} e^{i\omega_{21}t} dt = \frac{E_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\frac{1}{2\tau_{21}} + i(\omega - \omega_{21})} \quad (5.4)$$

El espectro de la intensidad de este campo clásico pasa a tener, por lo tanto, forma de curva lorentziana:

$$\tilde{I}(\omega) = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 |\tilde{E}(\omega)|^2 = \frac{c \varepsilon_0 E_0^2}{4\pi} \frac{1}{(1/2\tau_{21})^2 + (\omega - \omega_{21})^2} \quad (5.5)$$

En $\omega = \omega_{21}$ el campo es resonante con la transición y la intensidad alcanzará su valor máximo, igual a $\tilde{I}_M = c \varepsilon_0 E_0^2 \tau_{21}^2 / \pi$. Para caracterizar la anchura espectral de la intensidad emitida se emplea el ensanchamiento a media altura (*Full Width at Half Maximum*), la separación $\Delta\omega$ entre las dos frecuencias angulares para las cuales la intensidad es la mitad del valor máximo:

$$\tilde{I}(\omega_{21} \pm \frac{\Delta\omega}{2}) = \frac{\tilde{I}_M}{2} \rightarrow \Delta\omega = \frac{1}{\tau_{21}} \quad (5.6)$$

y que vale, precisamente, la inversa del tiempo de desexcitación radiativa espontánea [117]. A partir de este resultado el ensanchamiento debido al tiempo de fluorescencia desde el nivel excitado $\Delta\nu_r$, frecuentemente llamado ensanchamiento intrínseco, será:

$$\Delta\nu_r = \frac{1}{2\pi\tau_{21}} \quad (5.7)$$

En los medios activos empleados en los trabajos que se recogen en esta memoria, la contribución de este tipo de ensanchamiento es muy reducida. Los altos tiempos de

decaimiento radiativo del Nd^{3+} en las tres matrices empleadas (230 μs en el caso del YAG, 330 μs para el silicato y 350 μs para el fosfato) provocan un ensanchamiento de menos de 1 kHz, muy por debajo del ensanchamiento experimental mostrado por estos sistemas, y que va desde los 120 GHz del Nd:YAG hasta los 7,3 THz del *Q-246*.

5.2.2. Ensanchamiento térmico

Las vibraciones de origen térmico de las redes cristalinas del medio activo modulan la respuesta en frecuencias de los dopantes, provocando una distorsión de la curva de ganancia que en determinados láseres de estado sólido, como el de rubí o el Nd:YAG, representa la mayor contribución al ensanchamiento total.

El ensanchamiento fonónico produce en una modulación rápida y aleatoria de la frecuencia de la transición láser porque los fonones interactúan con los iones destruyendo las fases de estos, lo que provoca una decoherencia que afecta a su desexcitación radiativa. Este acoplo entre la vibración de la red y los niveles responsables de la actividad óptica afecta de manera idéntica a todos los iones del medio activo.

Desde el punto de vista microscópico este proceso es distinto al ensanchamiento colisional, pues en lugar de tratarse de choques entre moléculas o átomos, los iones de un sólido sufren la acción de los fonones de la red cristalina. Sin embargo el efecto promediado sobre la totalidad de los iones ópticamente activos es sistematizable de manera idéntica, por lo que puede ser descrito a través de un tiempo de decoherencia [35]. Como la densidad de fonones depende fuertemente de la temperatura de la matriz, este ensanchamiento aumenta con la temperatura. En el Nd:YAG, por ejemplo, crece desde unos 126 GHz a 300 K hasta unos 250 GHz a tan sólo 400 K [59]. Sin embargo, y a diferencia de lo que ocurre con el ensanchamiento colisional en gases, el ensanchamiento fonónico no depende de manera directa de la densidad del medio o de la concentración de dopantes.

Por debajo de unas pocas decenas de grados Kelvin la contribución del ensanchamiento térmico es muy reducida. A temperaturas suficientemente bajas la disminución de este efecto puede revelar un ensanchamiento de origen inhomogéneo originado por anisotropías, tensiones residuales y defectos de la matriz cristalina. Un caso paradigmático de este comportamiento se da en los láseres de rubí.

5.2.3. Ensanchamiento dipolar

Este efecto surge del acoplo entre los campos dipolares eléctricos o magnéticos generados por iones próximos. La perturbación que sufre cada dopante al verse inmerso en un campo aleatorio generado por sus vecinos puede producir un corrimiento en frecuencias, variable con el tiempo, de la misma magnitud que su frecuencia de resonancia dipolar, por lo que se traduce en una fuente de desfase y por lo tanto en un ensanchamiento similar al causado por la interacción con los fonones de la red.

El ensanchamiento dipolar generalmente no es muy importante en los sistemas

láser, pues precisa de una combinación de alta densidad de dopantes y fuertes dipolos atómicos para tener un efecto siquiera comparable al ensanchamiento colisional (en el caso de los gases) o al ensanchamiento fonónico (en medios sólidos). Sin embargo este fenómeno puede ser observado en pentafluoratos de tierras raras y otros medios de estado sólido que tengan una alta densidad intrínseca de iones de tierras raras. Cuando estos dispositivos son enfriados hasta temperaturas del orden del helio líquido y el ensanchamiento térmico pasa a ser despreciable, se pueden observar ensanchamientos de origen dipolar de unos pocos kHz [35].

Como este tipo de interacción provoca que una perturbación sufrida por un átomo es distribuida o compartida con otros iones, se trata de una forma de ensanchamiento homogéneo [71].

5.3. Ensanchamiento inhomogéneo

Al contrario que los efectos que provocan ensanchamiento homogéneo, caracterizados por actuar de igual manera sobre todos los iones, los fenómenos que producen ensanchamiento inhomogéneo afectan de manera diferente a cada centro de color del medio activo, desplazando la frecuencia de resonancia de cada átomo hacia una zona del espectro, por lo que extienden la curva de ganancia del material sin ensanchar la respuesta de los iones individuales [71]. Generalmente la curva de ganancia de los medios que presentan este ensanchamiento se puede descomponer en una suma de ensanchamientos individuales de forma lorentziana que, al estar repartidos siguiendo una distribución gaussiana a lo largo del espectro, producen un perfil de Voigt [117].

En este tipo de materiales, por lo tanto, las frecuencias centrales de los distintos grupos de iones se encuentran dispuestas a lo largo de la curva de ganancia en función de la probabilidad que tiene cada centro ópticamente activo de situarse en un punto dado. Cuando una señal monocromática se propaga a través de ellos, sólo los iones cuya respuesta ha quedado ubicada cerca de la frecuencia de la radiación participarán en su amplificación. De manera análoga, cuando el ensanchamiento resultante es mayor que la separación entre los diferentes modos de la cavidad, cada una de estas soluciones disfruta de una ganancia que dependerá de su solapamiento con el ensanchamiento homogéneo de los diferentes grupos atómicos. Así, las transiciones que no están situadas sobre la frecuencia de un modo de la cavidad no participan de manera directa en su amplificación, quedando disponibles para otros modos. La competencia espectral entre TEMs, por lo tanto, desaparece si no existe un efecto que transmita inversión de unas partes de la curva de ganancia a otras.

La mayoría de los láseres de gas situados en el espectro visible o en el infrarrojo cercano presentan ensanchamiento Doppler a causa de las distintas velocidades que, en cada instante, tienen las moléculas o átomos responsables de la amplificación. En los láseres de estado sólido, por otro lado, el ensanchamiento inhomogéneo suele estar originado por defectos o anisotropías de la red cristalina.

Una de las diferencias más notables entre las dinámicas de los medios homogéneos y los inhomogéneos es la facilidad con la que en estos últimos se pueden amplificar

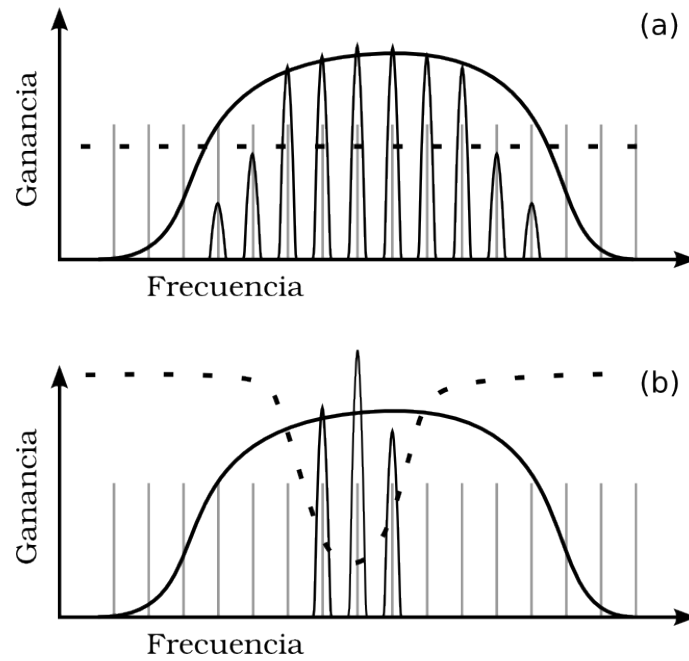


Figura 5.2: Ganancia (línea continua gruesa), ganancia umbral (línea segmentada), modos de la cavidad (segmentos grises) y modos amplificados. (a) Cuando ni el bombeo ni la reflectancia de los espejos que forman la cavidad resonante varían mucho a lo largo de las frecuencias comprendidas dentro de una curva de ganancia ensanchada inhomogéneamente, el producto RT de la ecuación 5.8 es constante y la ganancia umbral es la misma para todos los modos, por lo que todos aquellos situados entre las frecuencias de intersección de la G_u y la curva de ganancia podrán amplificarse. (b) Cuando, por el contrario, el producto RT no es constante, la ganancia umbral varía fuertemente a lo largo de la curva de ganancia, provocando que sólo algunos modos sean capaces de amplificarse. Esta situación ocurre principalmente cuando se emplean fuentes de bombeo muy monocromáticas (como luz láser) o cuando la reflectancia de los espejos es alta sólo para un intervalo espectral muy estrecho en comparación con la ganancia.

simultáneamente un número muy elevado de modos. Independientemente del tipo de ensanchamiento, un modo de orden (q, mn) se amplifica cuando la curva de ganancia $G(\nu)$ es mayor o igual que la ganancia umbral $G_u(\nu)$ en $\nu = \nu_{q,mn}$, verificándose:

$$G(\nu_{q,mn}) \geq \frac{1}{RT} = G_u(\nu_{q,mn}) \quad (5.8)$$

donde, en un principio, tanto el bombeo R como la transmisividad de la cavidad T pueden mostrar fuertes dependencias con la frecuencia en función del montaje experimental concreto (véase la figura 5.2). En un medio con ensanchamiento inhomogéneo la curva de ganancia puede tener una anchura de varios THz, por lo que un número muy elevado de TEMs pueden cumplir simultáneamente la condición de amplificación. Además, como cada modo dispone de grupos de átomos suministrándole energía de manera exclusiva o, al menos, preferente, en algunos medios con ensanchamiento inhomogéneo plano y suficiente ganancia se pueden amplificar simultáneamente decenas, cientos o incluso miles de modos de cavidad, pues estos no compiten entre ellos a la hora de saturar la inversión de población.

5.3.1. Anisotropía de la matriz

Los láseres de estado sólido pueden presentar ensanchamiento inhomogéneo provocado por defectos cristalinos. Generalmente este ensanchamiento sólo es observable en matrices formadas por monocristales de gran tamaño a bajas temperaturas, pues de lo contrario el ensanchamiento térmico o fonónico, mucho más intenso, lo enmascara; sin embargo en medios amorfos o en cristales muy dopados su efecto es predominante incluso a temperatura ambiente [35]. Como el origen de este ensanchamiento está en imperfecciones o anisotropías de la red iónica su presencia depende fuertemente del proceso de manufacturado y de post-procesados como el recocido. La forma de aportar los dopantes a la matriz también es de vital importancia.

Variaciones aleatorias en la estructura cristalina, tales como dislocaciones, maculas o defectos puntuales, deforman el entorno de los iones ópticamente activos, alterando su estructura electrónica. De manera análoga al ensanchamiento Doppler, estas distorsiones fuerzan corrimientos de distinta magnitud en las frecuencias de resonancia de cada ion, sin provocar el ensanchamiento de las mismas. Al repartirse la respuesta espectral de los dopantes ópticamente activos a lo largo de un cierto intervalo surge el ensanchamiento inhomogéneo de estos materiales.

En los medios activos de matriz amorfa (como son los vidrios de silicatos o fosfatos) dopados con tierras raras, en los que no existe orden de largo alcance, los iones ópticamente activos se encuentran integrados en entornos donde las posiciones relativas de sus vecinos varían aleatoriamente. Si el corrimiento en frecuencias inducido por esta anisotropía del campo cristalino estático es mayor que el ensanchamiento intrínseco de la transición radiativa, el material presenta un ensanchamiento inhomogéneo que da como resultado una curva de ganancia gaussiana (si el ensanchamiento inhomogéneo es muchos órdenes de magnitud mayor que el homogéneo) o un perfil de Voigt.

En todos los experimentos recogidos en esta memoria hemos empleado medios activos dopados con Nd^{+3} , pero para comprobar el efecto del tipo de ensanchamiento hemos alternado el uso de una matriz cristalina muy regular, como es el YAG ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$), con otras de vidrios amorfos.

El YAG, que es un tipo de granate, puede manufacturarse en forma de monocristales de gran tamaño y alta calidad cristalina. Nuestro medio activo de Nd:YAG, por ejemplo, es un monocristal cilíndrico de 60 mm de longitud y 6 mm de diámetro. Cuando una matriz de YAG se dopa con neodimio la red es sometida a tensiones porque el radio medio de este ion y el del itrio, a quien sustituye en la red, son parecidos pero no iguales (el radio medio del Nd^{+3} es de 185 pm y el del Y^{+3} es 180 pm). Estas tensiones no provocan grandes distorsiones de la red mientras el nivel de dopado se mantenga en unos pocos puntos por ciento. Cuando un Nd:YAG está correctamente manufacturado y la concentración de dopantes no es demasiado elevada, para que el ensanchamiento inhomogéneo de este material sea observable es necesario enfriar el medio activo por debajo de la temperatura del nitrógeno líquido (77K) [35].

Las láseres de Nd:vidrio, por el contrario, presentan ensanchamientos inhomogéneos de varios THz a temperatura ambiente [59]. A causa de su estructura cristalina amorfa cada ion de neodimio se encuentra en un entorno distinto, de manera que su frecuencia de resonancia sufre corrimientos importantes y aleatorios aunque (como todas las tierras raras) su actividad óptica sea desempeñada por niveles electrónicos muy apantallados por los electrones externos, responsables de formar los enlaces con el resto de la red.

El nivel de ensanchamiento inhomogéneo debido a anisotropías cristalinas es muy difícil de predecir para una material dado, pues depende de factores muy difíciles de controlar durante la manufactura y post-procesado del medio activo. Materiales sintetizados por el mismo fabricante y siguiendo una metodología muy estricta pueden presentar ensanchamientos sensiblemente distintos.

En cualquier caso el cociente entre los ensanchamientos de carácter homogéneo e inhomogéneo que presentan los láseres de Nd:vidrio no está completamente entendido y varía de manera importante según el tipo de vidrio empleado (entre 1 y 10 THz, aproximadamente). Incluso al comparar dos piezas de un mismo material, el ensanchamiento puede variar entre 600 y 2250 GHz, mostrando una fuerte correlación con la velocidad del sonido [35].

5.3.2. Paquetes espectrales

Volviendo a la imagen de una señal monocromática que se propaga por un medio con ensanchamiento inhomogéneo, si esta es suficientemente intensa podrá agotar la inversión acumulada en los átomos con los que esté, aproximadamente, en resonancia, pero no afectará igual de intensamente a los demás. El efecto sobre la curva de ganancia, por lo tanto, será la aparición de un agujero en un pequeño intervalo centrado en esa frecuencia, sin que el resto del perfil se vea directamente afectado. Este fenómeno, que fue descrito en la sección 2.4.1 (página 61), se denomina quemado

espectral. Si la señal no es introducida externamente en la cavidad, sino generada dentro de ella, el fondo del agujero estará, necesariamente, situado en el umbral de emisión, pues en caso contrario la señal se extinguiría.

Frecuentemente se emplea el término "paquete espectral" para denominar al subgrupo de iones cuyas frecuencias de resonancia se encuentran a una distancia comparable a sus ensanchamientos intrínsecos. Todos los átomos de un mismo paquete contribuyen de igual manera a la ganancia de una señal dada. La respuesta total de un medio inhomogéneo es la suma de las respuestas individuales de los paquetes, cada uno con una frecuencia de resonancia.

Para programar simulaciones numéricas capaces de mostrar este comportamiento lo más frecuente es separar la inversión de población en varias sub-magnitudes, cada una vinculada a un paquete espectral y a una frecuencia de resonancia. Una onda monocromática, por lo tanto, tendrá una desintonía diferente con cada paquete. La discretización de la curva inhomogénea de ganancia fue introducida por Idiatulin y Uspenskii [78] y proporciona resultados muy buenos incluso cuando se divide la inversión de población en un número muy reducido de paquetes [61]. En 2004 nuestro equipo comprobó que a partir de 5 grupos de átomos no se produce una mejora significativa a la hora de simular el comportamiento de láseres inhomogéneos mono-modo de gran apertura [73].

5.3.3. Relajación cruzada

En algunos medios con ensanchamiento inhomogéneo existen mecanismos a través de los cuales unos iones pueden ceder inversión de población a otros, a pesar de tener distintas frecuencias de resonancia. Mientras hay inversión de población acumulada en toda la curva de ganancia el intercambio de inversión entre paquetes atómicos se mantiene equilibrado, pero cuando una señal monocromática satura un paquete espectral y reduce su inversión, este equilibrio se rompe y el resto de grupos iónicos pasan a cederle más inversión de la que éste comparte. La inversión total, por lo tanto, se comparte a lo ancho de toda la curva de ganancia. Generalmente estos procesos se sistematizan empleando parámetros de intercambio de energía en modelos numéricos; el flujo de inversión de unos grupos iónicos a otros dependerá de estas constantes y de la densidad de inversión de cada paquete espectral.

En materiales de estado sólido con dopados altos el mecanismo de intercambio de inversión dominante suele ser la interacción resonante entre dipolos (transferencia de energía de Förster) entre iones muy próximos (la intensidad de esta interacción disminuye con la sexta potencia de la distancia de separación). La emisión y reabsorción de fotones emitidos espontáneamente por fluorescencia puede tener importancia en láseres de 3 niveles y a largas distancias, pero no suele jugar un papel relevante en láseres de 4 niveles, en los que el nivel inferior de la transición está muy poco poblado. En medios líquidos se dan procesos de intercambio de inversión relacionados, probablemente, con intercambios electrónicos, y en gases los impactos entre las partículas alteran la velocidad de estas, cambiando el corrimiento Doppler que presentan [33, 118].

El fosfato *Q-98* empleado en [116] tiene un tiempo de intercambio de energía muy reducido, del orden de ns. El silicato *Q-246* se escogió, precisamente, por repartir energía entre paquetes espectrales a un ritmo mucho más lento, de cientos de μ s. En los materiales con mecanismo rápidos de relajación cruzada los paquetes menos saturados ceden inversión hacia los paquetes que soportan el grueso de la amplificación, por lo que la saturación de la curva de ganancia se asemeja más al caso homogéneo, en el que toda la inversión puede ser consumida por una señal altamente monocromática. Este mecanismo, por lo tanto, reduce o anula el quemado espectral [27]. Además este reparto de inversión recupera la relación de competencia espectral entre los distintos modos presentes, pues desaparece la explotación exclusiva de paquetes espectrales por los modos resonantes con los mismos típica del ensanchamiento inhomogéneo. La incorporación de términos de relajación cruzada, además, aumenta el umbral de aparición de comportamiento temporal caótico en láseres inhomogéneos monomodo [114].

A lo largo de la curva de ganancia la variación de energía de las frecuencias de resonancia es muy pequeña, incluso en medios muy ensanchados. En el el silicato *Q-246*, el material con mayor ensanchamiento que hemos empleado (7,3 THz), la variación es 0,030 eV, el 2,6 % de la energía del fotón (1,17 eV). Esta discreta variación (a temperatura ambiente la energía media de una molécula es de 0,026 eV) explica la capacidad de la relajación cruzada de compartir inversión hacia frecuencias mayores.

5.4. Metodología

En varios de los trabajos experimentales recogidos en esta memoria analizamos la dinámica espacio-temporal combinando dos técnicas. Para obtener patrones instantáneos de intensidad transversa empleamos una cámara ultra-rápida (con un tiempo mínimo de exposición de 1 ns), sincronizada electrónicamente y disparada por el pulso de bombeo. En este dispositivo se puede configurar el retardo entre la señal de alimentación y la adquisición de la imagen; además la cámara proporciona una salida de sincronización que permite determinar en qué momento se ha tomado la imagen. Variando el retardo se pueden ir obteniendo imágenes instantáneas en distintos momentos del pulso. Estos patrones transversos permiten ver de manera directa los modos transversos autoamplificados en un instante dado, así como detectar si la transición orden-desorden se ha producido. En los casos en los que la complejidad del patrón es muy alta, la información suministrada por la cámara en forma de matriz de valores se puede procesar informáticamente para poner en relieve la existencia o ausencia de periodicidades asociadas a la emisión ordenada (véase la figura 5.3 de la página 120).

Para completar la información aportada por estas imágenes instantáneas empleamos diodos amplificados muy rápidos conectados a un osciloscopio de 6 GHz de ancho de banda. Estas medidas nos permiten acceder a la evolución temporal de la intensidad en un punto dado, cuyo análisis proporciona información dinámica inaccesible para la cámara CCD. Cuando se dispone de dos señales de intensidad local,

situadas en diferentes puntos, se puede calcular la correlación de ambas señales.

La correlación temporal es una función matemática que proporciona un valor dependiente de la similitud de dos señales que evolucionan en el tiempo. La correlación de momento (p, q) entre dos señales se define como:

$$C_{pq}(I_1, I_2) = \max \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} I_1(t)^p I_2(t)^q dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} I_1(t)^{2p} dt \int_{-\infty}^{\infty} I_2(t)^{2q} dt}} \right] \quad (5.9)$$

La correlación lineal, de orden $(1,1)$, proporciona la información más relevante desde el punto de vista de la codependencia entre la intensidad en dos puntos separados. El análisis de correlaciones de mayor momento, por otro lado, permite detectar relaciones no-lineales entre ambas señales.

Cuando se analiza la correlación entre dos puntos de un patrón transversal formado por un único TEM se encuentran valores muy próximos a la unidad. Según más modos se amplifican y la dinámica se complica, la correlación cae. En patrones muy desordenados, además, la correlación desciende rápidamente al aumentar la separación entre los puntos en los que se mide la intensidad local. Finalmente, tras la transición orden-desorden, la correlación cae abruptamente porque la dependencia entre puntos alejados una distancia superior al tamaño de las estructuras desaparece, al seguir cada filamento una evolución independiente del resto. Como lo habitual es correlacionar señales completas, en las que el grado de correlación va disminuyendo según el tiempo avanza, generalmente se obtienen valores algo amortiguados.

Es digna de mención una técnica, denominada autocorrelación, que hibrida en cierto modo los dos métodos empleados en muchos de nuestros trabajos. Esta operación consiste en realizar una correlación espacial de un patrón transversal consigo mismo. Si se adquiere un patrón transversal en forma de matriz normalizada de valores reales $P[i, j]$ y dimensión $m \times n$, donde cada elemento corresponde a la intensidad medida por un píxel de la cámara CCD, los elementos $T[i, j]$ de la matriz transitoria de autocorrelación estarán definidos como:

$$T[i, j] = \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{n-1} P[k, l] \cdot P[k - \frac{m}{2} + i, l - \frac{n}{2} + j] \quad (5.10)$$

donde se evitan los índices negativos en T empleando las propiedades $P[a, b] = P[a + m, b] \forall a < 0$ y $P[a, b] = P[a, b + n] \forall b < 0$. Dividiendo cada elemento de la matriz T por el valor del elemento más alto se obtiene la matriz normalizada de autocorrelación A , que cumple $\max[A[i, j]] = A[m/2, n/2] = 1$ y muestra picos en las posiciones en las que el desplazamiento de P sobre sí misma produce un solapamiento máximo local.

En el presente contexto esta operación sirve para buscar periodicidades difíciles de detectar a simple vista en P , delatadas a partir de filas de puntos equiespaciados a una distancia igual al periodo espacial de la modulación y dispuestas en la dirección de la periodicidad. Proporciona, por lo tanto, una información similar a

la transformada espacial de Fourier (véase la figura 5.3), aunque en el caso de esta última las modulaciones regulares provocan puntos singulares. Una variante de esta técnica consiste en autocorrelacionar dos versiones de un patrón separadas, por ejemplo, en función de su polarización [90]; en este caso el objetivo no es detectar periodicidades, sino comprobar el grado de similitud de las dos versiones del patrón, por lo que no se programa la operación a partir de dos bucles que desplazan las matrices a correlacionar entre sí, sino que se multiplican elemento por elemento y luego se suman todos los valores de la matriz resultante. En este caso, además, las matrices de partida no se normalizan empleando el valor más alto de cada una, sino la suma de todos sus elementos.

5.5. Resultados

El objetivo de este trabajo es estudiar la relación entre el ensanchamiento inhomogéneo de la curva de ganancia, la relajación cruzada y la supresión de la transición orden-desorden. Para ello, se adquirieron y compararon medidas de intensidad local en varios puntos, de la intensidad total irradiada por el láser y de patrones transversos instantáneos, montando en el dispositivo láser tres medios activos diferentes. El dopante con actividad óptica incorporado a los tres materiales es el neodimio trivalente y las matrices fueron de YAG, fosfato y silicato.

La primera de estas matrices es un monocristal con un altísimo orden de largo alcance, gran calidad cristalina y ensanchamiento homogéneo de la curva de ganancia, originado casi en exclusiva por ensanchamiento térmico. En este material se había observado la filamentación del haz para bombeos relativamente bajos (desde el punto de vista del montaje experimental) y tiempos cortos [74].

El segundo material, un Nd:fosfato manufacturado por *Kigre, Inc.* y denominado *Q-98*, presenta unas características de fluorescencia e índice de refracción similares al Nd:YAG, pero tiene un ensanchamiento inhomogéneo de 5,8 THz. En este vidrio, además, existe un mecanismo muy rápido de relajación cruzada entre paquetes atómicos, con una constante de tiempo situada en el orden de los nanosegundos. Con anterioridad se había observado la inhibición de la transición al desorden en este medio activo [116] sin que se hubiera aclarado completamente si la inhibición es causada por el ensanchamiento o por el reparto de inversión entre paquetes.

Para poner en relieve la importancia de la relajación cruzada decidimos analizar el comportamiento de una barra láser *Q-246*, un silicato dopado con neodimio y manufacturado por el mismo fabricante que el *Q-98*, obteniendo de nuevo patrones instantáneos de intensidad transversa del haz y medidas de intensidad local en varios puntos. Este tercer medio activo presenta un ensanchamiento inhomogéneo similar al fosfato (7,3 THz), originado por su estructura cristalina amorfa. Sin embargo, y a diferencia del fosfato, en este material la relajación cruzada es muy lenta, con una constante de tiempo situada en los cientos de microsegundos [119], por lo que es más probable la aparición de quemado espectral. Como la inversión de población no se transmite de unos paquetes atómicos a otros, el comportamiento del silicato es paradigmático de los materiales con ensanchamiento inhomogéneo, mientras que en

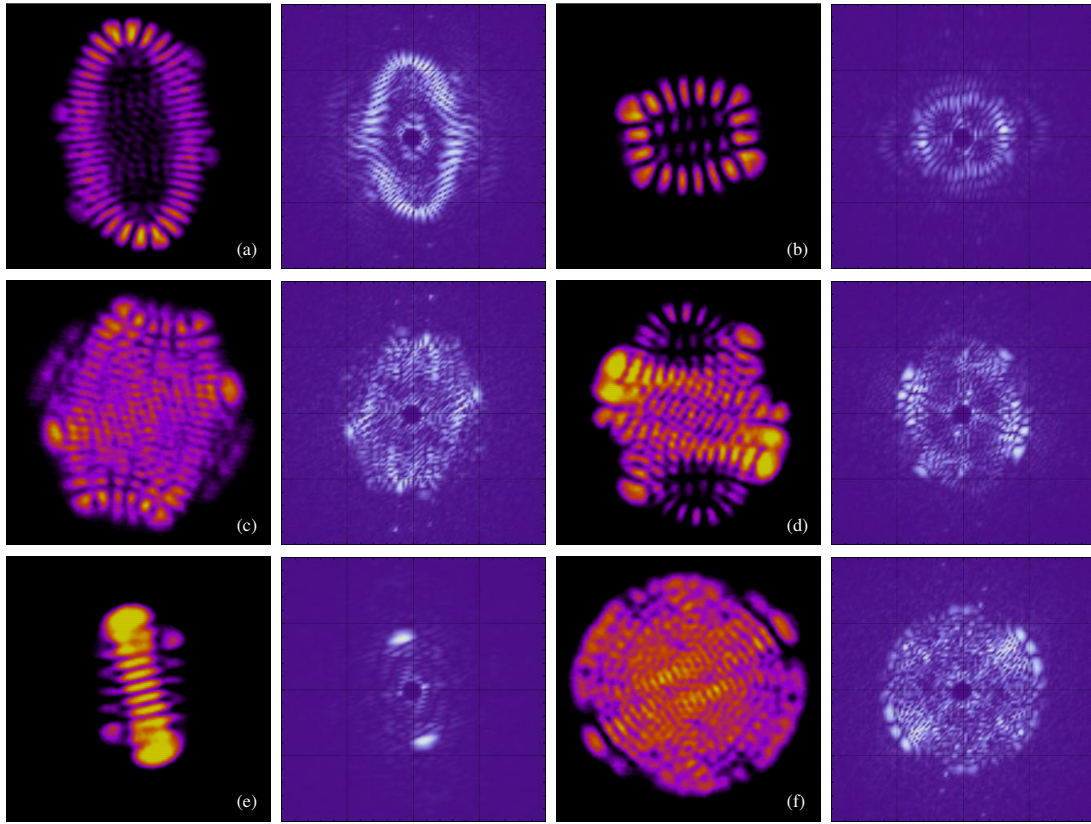


Figura 5.3: Patrones de intensidad transversa del silicato situados junto a sus transformadas espaciales de Fourier. Las imágenes (a)-(d) se obtuvieron con bombeo $r = 2$ y retardos de 5, 15, 45 y 75 μs , respectivamente. La imagen (e) fue obtenida con $r = 2, 5$ y retardo de 45 μs y la (f) con $r = 4$ y retardo de 50 μs . El tiempo de adquisición de todas las imágenes es de 4 ns, con la excepción de (b) y (c), que están tomadas con 3 ns. Cuando se trabaja con patrones de complejidad creciente la transformada espacial de Fourier es una herramienta muy útil a la hora de estudiar si presentan algún tipo de orden o periodicidad. A pesar de que la información que esta operación aporta sea trivial en el caso de los modos de menor orden espacial, según la complejidad de los patrones aumenta es necesario un mecanismo objetivo para analizar si se produce, y cuándo, la transición a patrones desordenados. Esta cuestión toma especial relevancia cuando se trabaja con medios activos que inhiben esta transformación, pues tras intervalos largos de emisión la complejidad de los patrones es tal que cuesta detectar mediante la mera observación si se mantiene algún orden. La transformada de Fourier de un modo extraordinariamente complejo siempre mostrará una cierta cantidad de máximos y bandas, de mayor o menor anchura, que destaquen sobre el fondo ruidoso. Por el contrario la transformada de un patrón posterior a la transición al desorden consiste fundamentalmente en una imagen ruidosa en la que no destacan estructuras.

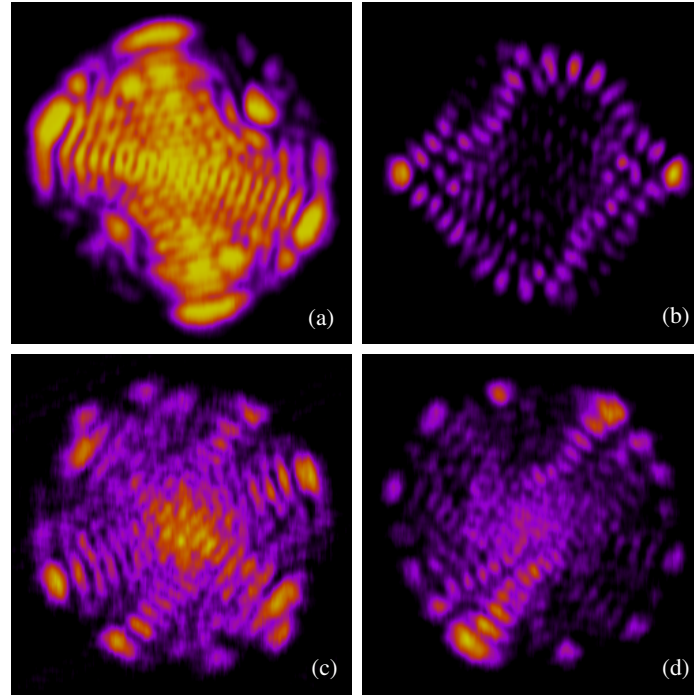


Figura 5.4: Patrones instantáneos obtenidos con un medio activo de fosfato y auto-inductancias de entre 300 y 980 μH para alargar el tiempo de emisión. Exceptuando (a), tomado con parámetro de bombeo de $r = 4,8$ y tiempo de exposición de 3 ns, los demás patrones han sido obtenidos a $r = 3,4$ y con 5 ns de exposición. Los retardos con respecto al inicio del pulso son (a) 25 μs , (b) 250 μs , (c) 350 μs y (d) 400 μs . A pesar de los largos tiempos de emisión ni el patrón transversal del fosfato *Q-98* ni el de silicato *Q-246* (véanse las figuras 4.1 y 4.2) muestran filamentación.

el fosfato, que tiene una rápida relajación cruzada muy relevante en su mecanismo de saturación, se pueden producir comportamientos típicos de los medios homogéneos [113], como la competencia espectral entre modos o el agotamiento de la curva de ganancia al completo.

La transición al desorden, que en el Nd:YAG ocurre para un tiempo de emisión dependiente del bombeo [116], se buscó, sin éxito, en un rango más amplio de tiempos y bombeos en ambas matrices amorfas. Mediante el uso de auto-inductancias en el circuito de alimentación, el tiempo de emisión se multiplicó por 10. El bombeo se aumentó hasta el límite soportado por el equipo, para lo cual fue necesario calcular la energía de explosión de las lámparas (véase [71] y la tabla 3.1) y tener en cuenta las especificaciones del fabricante de los condensadores empleados, cuyo voltaje de carga máximo se sitúa en torno a los 3500 V. Los patrones obtenidos con los medios que presentan ensanchamiento inhomogéneo no muestran la filamentación encontrada en el caso del Nd:YAG, independientemente de la velocidad de su relajación cruzada. Exceptuando el medio activo, todos los componentes del sistema experimental empleado fueron los mismos.

La comparación de las dinámicas de los medios activos de fosfato y silicato, estudiadas mediante patrones transversos instantáneos y medidas de correlación

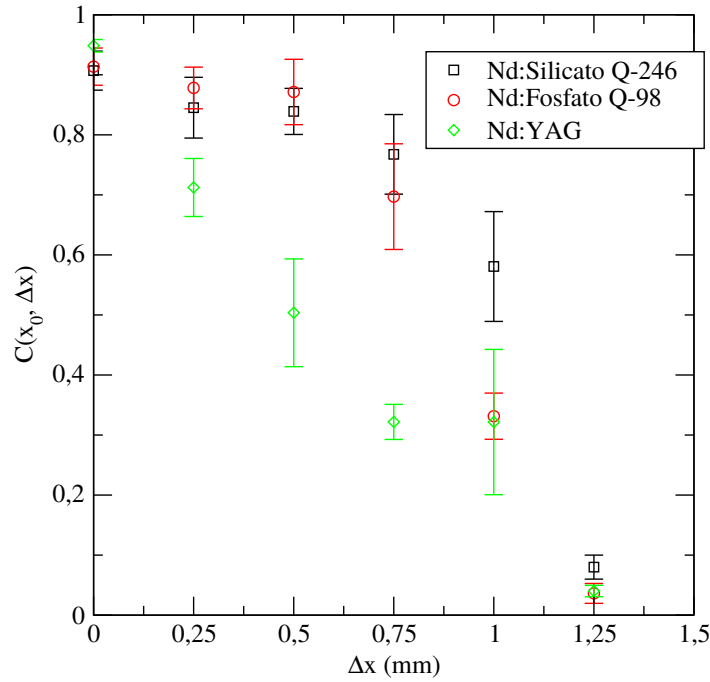


Figura 5.5: Variación espacial de la correlación lineal local de los tres medios activos comparados: Nd-silicato (cuadrados negros), Nd:fosfato (círculos rojos) y Nd:YAG (rombos verdes). Cada punto muestra el promedio de 10 correlaciones adquiridas con dos diafragmas cuadrangulares de $100 \mu\text{m}$ de lado. Bombeo 4,5 veces mayor que el umbral. A pesar de que a 1,25 mm de distancia la correlación de todos los materiales es prácticamente nula, los medios activos con ensanchamiento inhomogéneo mantienen valores sensiblemente más altos hasta al menos los 0,75 mm de distancia entre puntos de adquisición.

temporal, permite concluir que la inhibición de la transición orden-desorden está producida por el ensanchamiento de la curva de ganancia, sin que los mecanismos de relajación jueguen un papel relevante. En primer lugar, la observación directa de los patrones instantáneos permite comprobar que en las matrices de vidrio no aparece filamentación del perfil transversal. Las medidas de intensidad local, por otro lado, muestran que la rápida caída de la correlación lineal con la distancia observada en el Nd:YAG no aparece ni en el fosfato ni en el silicato, pues en estos materiales la dependencia entre intensidades locales desciende más suavemente con la distancia (véase la figura 5.5). La comparación de la correlación del fosfato y el silicato no arroja diferencias notables, evidenciando la poca influencia de la relajación cruzada (que varía en 5 órdenes de magnitud entre una y otra matriz). Estos resultados coinciden con estudios teóricos de láseres de gran apertura en los que la introducción de un ensanchamiento inhomogéneo impide la filamentación del haz [73, 115].

Por último, y para comprobar la existencia de dependencias no-lineales entre intensidades locales, seguimos la aproximación de Huyet *et al.* [120] y calculamos momentos de correlación de mayor orden. Los resultados se muestran en la figura 5.6. Todos los momentos tienen valores menores que la correlación lineal para todo el rango de Δx , lo que permite descartar dependencias no-lineales entre diferentes

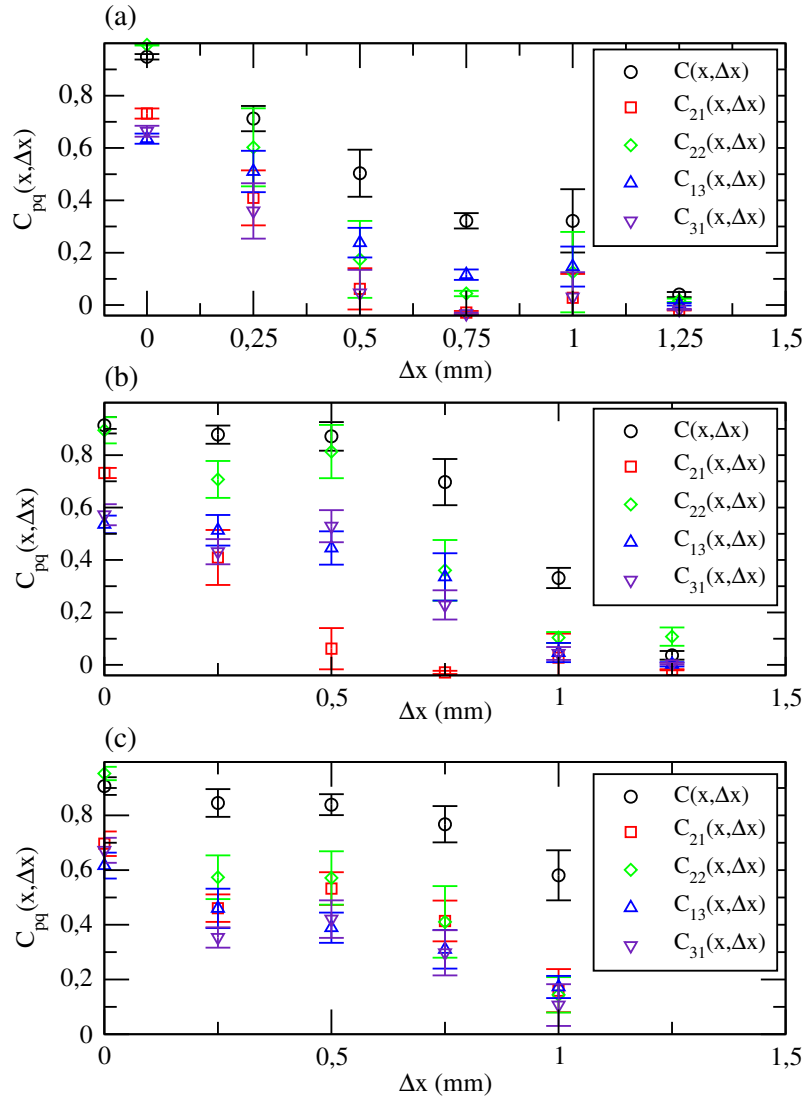


Figura 5.6: Momentos de correlación de orden C_{pq} (véase la ecuación 5.9) de la intensidad local de (a) Nd:YAG, (b) Nd:fosfato *Q-98* y (c) Nd:silicato *Q-246*. Las condiciones son las mismas que en la figura 5.5. La correlación lineal C tiene valores mayores que los momentos de mayor orden para todas las distancias de correlación Δx analizadas.

puntos situados a lo ancho del haz. La correlación lineal, por lo tanto, proporciona el mejor indicador de la decorrelación de la intensidad local.

Estos resultados fueron publicados [61] en la revista *Physical Review A*, continuando la línea investigadora sobre filamentación en láseres de clase B de gran apertura realizada durante los últimos años por nuestro grupo [70, 74, 116].

5.6. Conclusiones

Como ya se ha mencionado, la incorporación de términos de relajación cruzada, entre otros efectos, aumenta el umbral de aparición de caos temporal en láseres SMIB [33]. La presencia de este mecanismo de reparto podría reducir la saturación que sufre un paquete atómico resonante con la radiación láser, pues el resto de paquetes le ceden inversión, con lo que sería necesario un mayor bombeo para que se agote, retrasándose² o inhibiéndose por lo tanto la desestabilización del láser y la transición al desorden.

Con la excepción del tipo de ensanchamiento de la curva de ganancia y de los mecanismos de relajación cruzada, el resto de diferencias entre los tres medios activos comparados en nuestros experimentos son muy reducidas, por lo que la inhibición de la transición no es achacable a características como el índice de refracción o el tiempo de vida media de la fluorescencia. Al emplear el mismo dispositivo láser para los tres materiales intentamos que el pulso de bombeo y el tiempo de vida del fotón en la cavidad fueran lo más parecidos posible. Para asegurarnos de que el régimen de bombeo fuera equivalente, en cada sesión realineábamos y calculábamos el voltaje umbral del dispositivo, controlando así el bombeo normalizado suministrado al dispositivo. Las pequeñas diferencias en los índices de refracción (entre 1.82 y 1.54) hicieron que el número de Fresnel variara entre 35 y 39. Al tratarse de láseres de clase B, que pueden ser abordados tanto cualitativa como cuantitativamente en aproximación adiabática, la influencia de posibles discrepancias en los tiempos de relajación de la polarización también es despreciable.

Para ampliar estos estudios sería interesante comprobar si en láseres gaseosos de clase B en los que la filamentación ha sido observada, pero no así la transición, que según las predicciones teóricas ocurren tan próxima al inicio del pulso que hasta el momento una primera fase ordenada no han sido observada experimentalmente (como por ejemplo de CO₂ [102]), un ensanchamiento inhomogéneo de la ganancia suficientemente grande puede llegar a retrasar o suprimir la transición orden-desorden, como ocurre en los láseres de estado sólido o como se ha predicho teóricamente en

²El aspecto de los patrones obtenidos al final de los pulsos más alargados, cuya duración es 10 veces mayor que los pulsos de bombeo que provocan la transición orden-desorden en el Nd:YAG, no anima a pensar que obtener la transición en un medio inhomogéneo sea una cuestión de extender de manera indefinida el tiempo de operación, pues pasados los primeros 100 μ s el aspecto del patrón apenas varía. El amortiguamiento de las oscilaciones de relajación tampoco parece indicar que para tiempos suficientemente largos se pueda producir una saturación suficiente de los paquetes atómicos más implicados en la emisión. Sin embargo la falta de evidencia a este respecto impide descartar que la transición sólo se vea retrasada, y no completamente inhibida, en medios inhomogéneos.

q-dots [115]. Así mismo, la modificación de nuestro sistema experimental para poder alcanzar bombeos mayores podría permitir encontrar un límite a partir del cual la transición vuelve a ocurrir en matrices amorfas. En nuestro actual montaje el factor limitante es la integridad de las lámparas de descarga, pero en el caso de contar con un sistema de bombeo pulsado más robusto se podría aumentar el bombeo hasta donde las propiedades térmicas del propio medio activo lo permitan. Otra vía de ampliación sería tratar de reproducir numéricamente los patrones observados en ambos medios con ensanchamiento inhomogéneo. Para ello la principal limitación es una discretización fidedigna de la curva de ganancia, que conlleva un incremento de variables no asumible con los recursos informáticos disponibles en el momento de realizar los trabajos experimentales recogidos en esta tesis.

Capítulo 6

Acoplamiento Acusto-Óptico en Láseres Pulsados

6.1. Introducción

Durante la adquisición de intensidades locales con el objeto de medir la caída de correlación con la distancia de distintos medios activos se adquirieron cientos de disparos experimentales para cada varilla láser, agrupados en tandas que se repartían por todo el ancho del haz.

Analizando los espectros de algunos disparos individuales constatamos que en ellos un desdoblamiento o *splitting* de la línea de batido de modos transversos delataba una nueva dinámica en la intensidad total (véase la figura 6.1). Comprobamos también que este fenómeno se producía a lo largo de toda la duración de los pulsos, aunque de manera intermitente; sólo al promediar los espectrogramas de varios disparos los distintos puntos se agrupaban en líneas espectrales limpias y claras, mientras que al analizar disparos individuales los nuevos batidos de modos transversos aparecían como breves oscilaciones en las mismas frecuencias, siempre separados unos de otros por múltiplos de una frecuencia constante de 1.6 MHz. Se produce, por lo tanto, un multiplexado espontáneo.

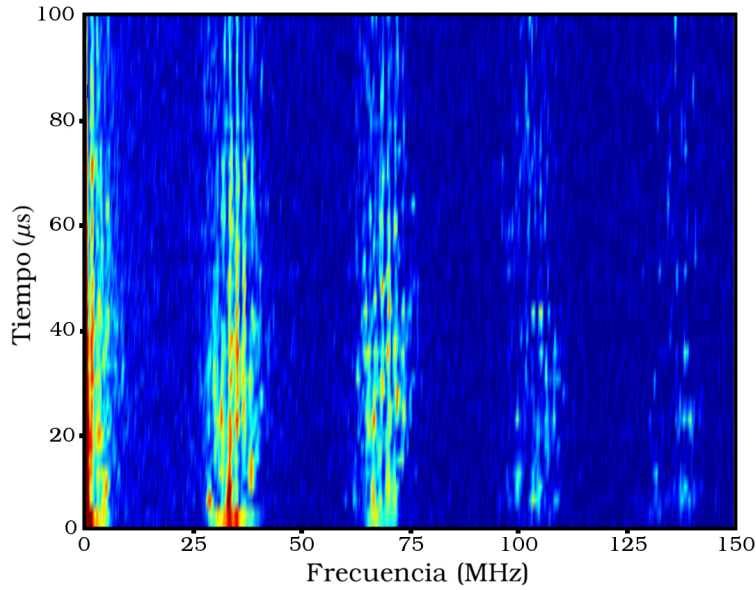


Figura 6.1: Espectrograma obtenido a partir del promedio entre 10 mediciones de la intensidad local de Nd:YAG, todas con un parámetro de bombeo $r = 3$ y adquiridas con un diafragma cuadrado de $125 \mu\text{m}$ de lado situado a $2,5 \text{ mm}$ del centro del haz [62]. Como se puede observar las líneas de batido de modos transversos se desdoblan formando bandas de líneas equiespaciadas a $1,6 \text{ MHz}$.

Aunque esta estructura fina de la intensidad local podría achacarse a una interferencia entre el batido de modos transversos y las oscilaciones de relajación del láser, un cálculo de la frecuencia esperada para estas oscilaciones de relajación nos hizo descartar esta explicación, pues para nuestro montaje dicha frecuencia está entre 100 kHz y 1 MHz , según el valor concreto de κ y del bombeo (véase la sección 2.4.1 y el anexo B, así como la referencia [23]).

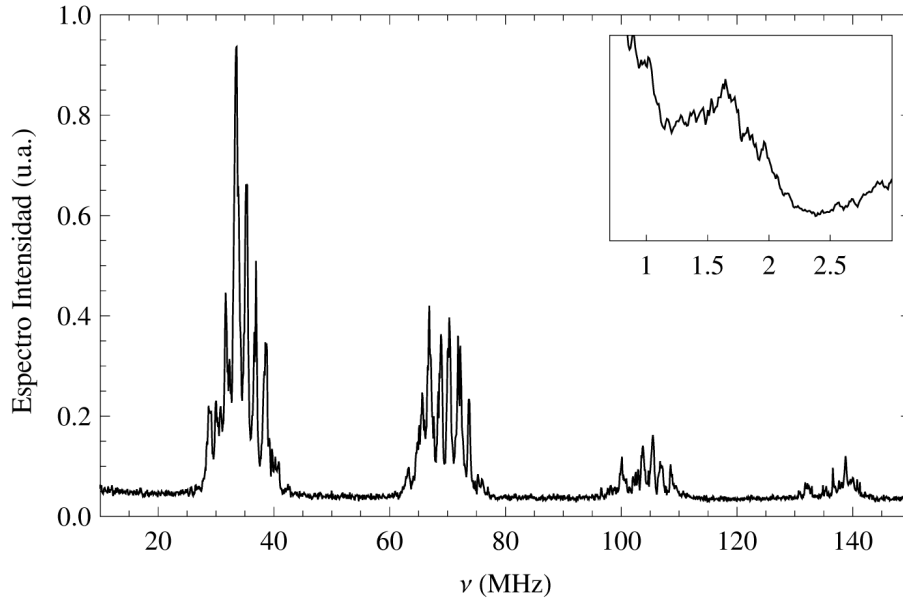


Figura 6.2: Espectro de intensidad local en el que los batidos de modos transversos, esperados aproximadamente cada 35 MHz, aparecen desdoblados en bandas de líneas equiespaciadas cada 1,6 MHz. En la ampliación se puede apreciar un máximo local a esta frecuencia. La imagen se obtuvo a partir de los mismos datos promediados que la figura 6.1.

Las oscilaciones de relajación no son la única modulación temporal que nuestro láser de Nd:YAG muestra de manera espontánea. Además de estos bruscos ciclos de acumulación-saturación de la ganancia se observa que la polarización de la luz láser oscila entre dos direcciones perpendiculares a lo largo de la emisión [94]. Si descomponemos el haz de salida del láser según estas dos polarizaciones encontraremos que ambas varían en antifase hasta el punto de que cuando la emisión es máxima en un sentido en el opuesto se anula completamente (véase la figura 6.3). Aunque nuestras adquisiciones de intensidad local no discriminan entre polarizaciones el batido de modos sí que podría haber estado influenciado por este fenómeno. Al igual que en el caso de las oscilaciones de relajación desechamos esta explicación tras una comprobación rutinaria: en nuestro sistema las oscilaciones de antifase entre polarizaciones mostraban una frecuencia de tan sólo 100 kHz.

Una vez descartado que los resultados fueran originados por estas dinámicas del láser bajo estudio, así como que fuera un artificio provocado por defectos en nuestro sistema experimental o en los *scripts* empleados para adquirir, digitalizar [121] y procesar las señales experimentales, concluimos que el desdoblamiento observado tenía que estar provocado por una nueva dinámica del láser, no estudiada anteriormente. Nuestra hipótesis fue que su origen se debe al acoplo del campo láser dentro de la cavidad con una onda mecánica presente en el medio activo [122]. Esta onda mecánica vendría causada por una onda de choque transmitida por el aire circundante y generada por la descarga súbita de las lámparas de bombeo.

Cuando se dispara el láser las lámparas de bombeo producen una explosión sonora suficientemente seca y potente como para hacer vibrar el chasis de teflón del

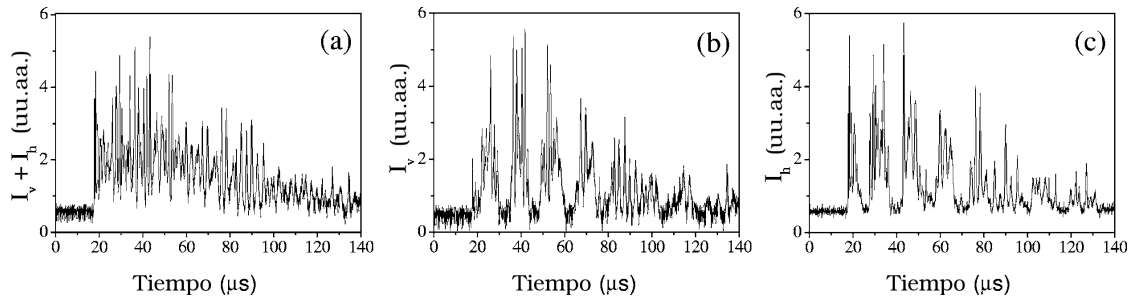


Figura 6.3: Oscilaciones de polarización de un láser de Nd:YAG, extraído de *Experimental evidence of antiphase population dynamics in lasers* (E. Cabrera, O.G. Calderón y J.M. Guerra, (2005). *Physical Review A*, 72(4), 043824) [94]. Evolución temporal de la emisión láser (a) sin discriminar entre polarizaciones, (b) seleccionando la polarización vertical y (c) seleccionando la polarización horizontal. Bombeo 4 veces superior al umbral. En las tres señales se aprecian las oscilaciones de relajación de 0,7 MHz. En la (b) y la (c) se ven también las oscilaciones de antifase de 0,07 MHz.

dispositivo. El medio activo, que se encuentra situado entre ambas lámparas, recibe un fuerte impacto, reforzado no sólo por la proximidad sino también por la geometría de la cámara de bombeo, que con su perfil bielíptico redirige tanto la luz como el sonido que emiten las lámparas, haciendo que converjan sobre la varilla láser. Que los componentes del dispositivo láser vibren durante este proceso es natural y conocido y constituye, junto con los ciclos de dilatación-contracción causados por las variaciones de temperatura, una de las principales fuentes de desalineación que nuestro láser sufre cuando es operado. Los efectos de esta vibración se hacen especialmente patentes en los espejos que cierran la cavidad óptica, que deben ser frecuentemente realineados cuando los pulsos de bombeo son especialmente abruptos e intensos, incluso a pesar de no estar fijados al chasis. Atendiendo tanto a la proximidad del medio activo a las lámparas como a la ya mencionada geometría de la cavidad de bombeo es esperable que la barra láser vibre durante el bombeo óptico, aunque hasta la fecha esta oscilación no ha sido analizada como un agente capaz de influir en la dinámica óptica. Sin embargo es razonable suponer que a partir de cierto nivel de vibración un medio activo pueda empezar a presentar un comportamiento anómalo, pues las tensiones a las que es sometido provocarán deformaciones y, por lo tanto, variaciones en la densidad local, de la que dependen a su vez las propiedades ópticas del medio.

6.2. El efecto acusto-óptico

El efecto acusto-óptico fue predicho por Brillouin en 1922 y confirmado experimentalmente 10 años después por Debye y Sear e, independientemente, por Lucas y Biquard [123–125].

Un medio material en principio homogéneo pero sujeto a una vibración rápida sufre una modulación temporal y espacial de su densidad local. Al variar la densi-

dad lo hace también la permitividad eléctrica y, por lo tanto, el índice de refracción. Cuando las vibraciones son periódicas con una frecuencia compatible con las dimensiones del medio y con la velocidad del sonido pueden establecerse modulaciones estacionarias del índice de refracción capaces de comportarse como una red de difracción. Un haz de luz que se transmita por este material puede interferir con estas redes sufriendo distintos efectos. En este contexto es frecuente que una fracción de la luz sufra un corrimiento de su frecuencia [109].

El uso de materiales piezoeléctricos, de alta eficacia, frecuencia de operación y durabilidad, ha permitido explotar el efecto acusto-óptico para desarrollar numerosos dispositivos, la mayor parte de ellos basados también en emisores láser [126, 127]. El efecto acusto-óptico permite, por ejemplo, la construcción de elementos intracavitarios de transmitancia controlable, muy eficaces en la obtención de pulsos mediante *q-switch* activo o en láseres de frecuencia sintonizable. Estos elementos suelen presentar unas altas velocidades de respuesta que los hacen especialmente indicados para su uso en telecomunicaciones, telemetría y multitud de usos industriales. También se emplea el efecto acusto-óptico de manera inversa con el objetivo de estudiar ultrasonidos, tanto durante investigaciones de carácter científico o industrial como en máquinas de análisis y diagnóstico. Este fenómeno se explota incluso a la hora de generar sonidos de alta frecuencia en materiales irradiados por láser [128, 129] tanto dentro del régimen termo-elástico como a través de presión radiativa o en plasmas.

La luz y las ondas acústicas que se encuentran en un medio interactúan de diversas maneras, pues estas ondas afectan al medio variando desde su transmitividad hasta sus frecuencias de actividad óptica. En medios inhomogéneos o sistemas en los que se superponen ondas acústicas viajando u oscilando en distintas direcciones es necesario calcular las variaciones del índice de refracción empleando el tensor foto-elástico [130]. En nuestro caso, no obstante, una descripción bastante menos ambiciosa de la interacción bastó para reproducir adecuadamente los resultados experimentales. Asumiendo ondas estacionarias radiales, introducidas como una modulación periódica, tanto espacial como temporalmente, de la densidad del medio, conseguimos reproducir cualitativa y cuantitativamente el desdoblamiento detectado en la dinámica local.

Según la relación entre el vector de Poynting de la luz y el vector de onda de la modulación distinguiremos entre dispersión de Bragg y dispersión de Raman-Nath. Como en el problema que nos ocupa la dirección con la que se encuentran ambas perturbaciones es conocida (esperamos que la luz que se amplifica en el medio activo interactúe con una onda radial estacionaria en la que tanto los desplazamientos como la dirección de la modulación son normales al eje del medio activo) la distinción pasa a hacerse en función del factor Q , un parámetro introducido por Klein y Cook [131] y que discutiremos en el apartado 6.2.3.

6.2.1. Dispersión de Bragg

Este fenómeno toma su nombre de la dispersión de rayos X descrita por la Ley de Bragg [132]. La característica común en ambos fenómenos es que las ondas dis-

persadas por frentes sucesivos, sean estos planos cristalinos o zonas con un índice de refracción constante (como puede ser por ejemplo un frente de altas presiones de la onda mecánica), interfieren constructivamente en determinados puntos del espacio.

Para que la interferencia entre una onda electromagnética de vector de onda \vec{k}_1 y una red de difracción definida por \vec{q} , el número de onda que define su periodicidad, sea constructiva y resulte en un haz difractado de número de onda \vec{k}_2 ha de verificarse la relación:

$$\vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \vec{q} \quad (6.1)$$

En nuestro caso el módulo de \vec{q} es $2\pi/\Lambda$, siendo Λ la longitud de onda de la perturbación estacionaria de $\Lambda/2$ distancia entre planos con el mismo índice de refracción, mientras que para la difracción de rayos X \vec{q} sería un vector de la red de Bravais (aunque no necesariamente un vector de la base). En ambos casos y como consecuencia de esta limitación la dispersión de Bragg produce un único rayo refractado, en ocasiones con tanta eficiencia que la señal difractada posee más del 50 de la energía incidente [109]. Tanto la dirección del haz difractado como el corrimiento en frecuencias que dicho rayo sufre toman un valor definido por la ley de Bragg. El cumplimiento de esta ley implica que la diferencia de fase entre los haces refractados por cada frente dispersivo es un múltiplo de 2π , por lo que es frecuente verla escrita como:

$$n\lambda = 2\Lambda \sin(\theta), \quad (6.2)$$

siendo θ el ángulo que forma el haz incidente con el plano de dispersión. El ángulo que cumple esta condición para $n = 1$ es denominado ángulo de Bragg y vale:

$$\theta_B = \arcsin(\lambda/2\Lambda). \quad (6.3)$$

Los rayos con un ángulo de incidencia menor a θ_B no podrán, por lo tanto, cumplir con la ley de Bragg. Considerando la longitud de onda de emisión de nuestro dispositivo (1064 nm) y asumiendo una longitud de onda de la modulación del índice del orden de 3 mm nuestro θ_B vale $3,3 \cdot 10^{-4}$, un valor tan reducido que permite que se verifique la ley de Bragg a pesar de que en nuestro caso \vec{k}_1 y \vec{q} sean prácticamente normales.

Normalmente se asocia la dispersión acusto-óptica de Bragg con medios de un grosor muchas veces superior a la longitud de onda de la modulación acústica, pues para que este tenga una intensidad comparable a la intensidad incidente es necesario que se sumen las contribuciones de muchos frentes de dispersión y, por lo tanto, la luz debe interaccionar con la red de difracción a lo largo de una zona relativamente extensa. La condición de que el espesor E de la zona donde luz y sonido interaccionan sea suficientemente grande como para que los rayos difractados en varios planos se superpongan formando un rayo refractado con energía comparable al rayo incidente se puede escribir como:

$$E \tan(\theta_B) \gg \Lambda. \quad (6.4)$$

Como en general el ángulo θ_B es mucho menor que la unidad se puede reescribir la condición como:

$$\frac{\lambda E}{2\Lambda^2} \gg 1. \quad (6.5)$$

Por lo tanto cuando se satisface esta condición puede ocurrir dispersión acusto-óptica de Bragg. En nuestro caso y empleando como espesor de interacción toda la longitud del medio activo (62 mm) el resultado de esta división es $3.4 \cdot 10^{-3}$.

6.2.2. Difracción de Raman-Nath

Otro fenómeno acusto-óptico capaz de producir un corrimiento en frecuencias en un haz incidente es la difracción de Raman-Nath. A diferencia de la dispersión de Bragg, este efecto se puede producir aunque la zona de interferencia entre la luz y la onda acústica sea muy pequeña. La difracción de Raman-Nath suele, además, producir varios órdenes de dispersión [133] y no precisa que la luz incidente subtienda un ángulo no nulo con respecto al vector de ondas de la modulación.

Esta forma de difracción está provocada por un efecto microscópico denominado efecto Raman. Cuando un haz de luz monocromático de frecuencia ν se propaga a través de un medio material transparente, pero en el cual los iones están siendo sometidos a una oscilación mecánica por una onda acústica, una fracción de la luz dispersada puede sufrir un corrimiento en frecuencias [109]. Este efecto ocurre porque la onda acústica provoca la aparición de niveles virtuales que se sitúan por encima de los niveles propios del material y que, en ocasiones, tienen actividad óptica en la frecuencia del haz. En concreto el efecto Raman aparece cuando estos niveles son capaces de producir la absorción de un fotón de frecuencia ν , bien mediante un electrón situado en un subnivel vibracional bajo del nivel fundamental (corrimiento de Stokes) o bien mediante uno de un subnivel vibracional superior (corrimiento anti-Stokes). En el primer caso la reemisión desde el nivel virtual hasta el vibracional superior produciría de nuevo un fotón de frecuencia $\nu - \nu_v$, donde ν_v sería la frecuencia correspondiente a la diferencia de energías entre los dos subniveles vibracionales implicados, mientras que la reemisión hacia el subnivel inferior produciría un fotón de frecuencia $\nu + \nu_v$ (véase la figura 6.4).

En función de la intensidad del haz incidente y de la ocupación de los niveles electrónicos participantes distinguiremos entre efecto Raman espontáneo o estimulado. Uno y otro difieren tan sólo en la eficiencia del acoplamiento y, por lo tanto, en la fracción de energía incidente que sufre el corrimiento en frecuencias. En nuestro caso esta imagen atómica del efecto Raman no resulta útil, pues lo que pretendemos es comprender el fenómeno macroscópico resultante como consecuencia de este efecto microscópico. Por eso dejaremos de lado el cálculo de estos niveles virtuales y su relación con la estructura cristalina de la red y la onda mecánica para centrarnos en

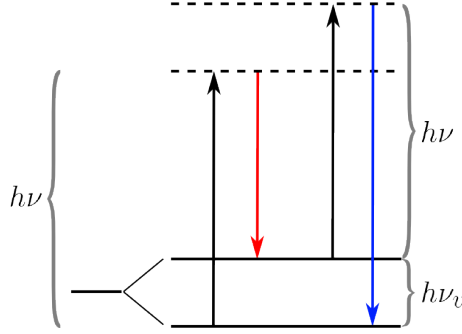


Figura 6.4: Diagrama de niveles del efecto Raman. Las dos líneas inferiores corresponden a dos niveles vibracionales del nivel electrónico fundamental. Las líneas discontinuas son los niveles virtuales creados por la perturbación mecánica. La transición Stokes (en rojo) posee una frecuencia $\nu - \nu_v$, mientras que el caso anti-Stokes (azul) da lugar a una frecuencia $\nu + \nu_v$.

una imagen más fenomenológica y extrapolable a otros materiales, incluso a aquellos que ni siquiera poseen estructura regular interna (como es el caso de los vidrios). Denominamos difracción de Raman-Nath a la difracción que sufre un haz láser al propagarse por un medio sometido a la acción de una onda acústica. En la sección 6.3 exploraremos las relaciones entre las ondas óptica y acústica que implica y los corrimientos en frecuencia que provoca.

A diferencia de en el caso de la difracción de Bragg, en el que un haz incidente con un ángulo determinado debía dispersarse en varios frentes consecutivos de la perturbación periódica del índice y, por lo tanto, era indirectamente necesario que el espesor de interacción tuviera un cierto tamaño, en el caso de Raman-Nath ni es preciso que se dé una dispersión coherente en varios frentes ni que haya una zona de interacción con un grosor varias veces mayor que el módulo de \vec{q} . Por esta razón es frecuente que en la bibliografía se asocie la dispersión de Raman-Nath con películas delgadas y la de Bragg con medios más gruesos. Esta asociación, no obstante, es incorrecta en muchos casos, pues aunque es relativamente infrecuente obtener difracción de Bragg con alta eficiencia en una película delgada no lo es tanto encontrar difracción de Raman-Nath en medios de grosor notable.

6.2.3. Factores Q , ρ y régimen de dispersión

Con el objeto de distinguir entre regímenes de dispersión Klein y Cook introdujeron en 1967 [131] el factor Q , definido como:

$$Q = \frac{2\pi\lambda_0 E}{\Lambda^2 n_0} \quad (6.6)$$

donde λ_0 es la longitud de onda de la luz en el vacío, E el espesor de la lámina, Λ la longitud de onda de la envolvente estacionaria de la perturbación acústica y n_0 el índice medio del material.

Durante años este factor se empleó con éxito para predecir el régimen en el que podría dispersar una película o lámina dada. Para valores de $Q < 1$ (películas delgadas) se suponía una difracción tipo Raman-Nath mientras que para $Q > 10$ (películas gruesas) se esperaba difracción de Bragg. Entre ambos valores el escenario es más difícil de predecir pues se pueden dar simultáneamente las dos formas de dispersión, cada una con una eficiencia distinta y complicada de prever. Existía además otra limitación: como los propios Klein y Cook notaron su análisis se basaba en la asunción de que el factor de fuerza de la red de difracción $\nu_F = 2\pi n_1 E / \lambda_0$ se mantuviera menor que 6 (donde n_1 es la amplitud de la modulación sinusoidal del índice de refracción). Con posterioridad se comprobó experimentalmente que incluso para valores de $\nu_F = 3$ el factor Q dejaba de ser fiable. En nuestro caso nos encontramos fuera de esta condición por varios órdenes de magnitud ($E = 62$ mm, $\lambda_0 = 1064$ nm $\rightarrow \nu_F \gg 10^3$ incluso para valores de n_1 del orden de la centésima), así que el valor de $Q = 0.24$ que obtenemos para nuestro sistema láser y que en un principio apuntaría hacia la difracción de Raman-Nath no nos sirve en absoluto como indicativo fiable.

En 1978 Moharan y Young [134] propusieron recuperar el factor ρ_N definido por el propio Nath en 1938 [135] en un artículo en el que consideraba el caso de incidencia normal. Este factor se define como:

$$\rho_N = \frac{\lambda_0^2}{\Lambda^2 n_0 n_1} \quad (6.7)$$

Desde su introducción hasta su propuesta como factor indicativo del régimen de difracción la ρ_N de Nath se empleó en aproximaciones que permitieron obtener expresiones analíticas para la intensidad de los rayos difractados en el régimen de Bragg [136–138] pero no para predecir el régimen difractivo. Es preciso mencionar que ρ_N no contempla el grosor del cristal o película en la que la luz es difractada y, por lo tanto, será el cociente entre longitudes de onda (luminica en el numerador, sonora en el denominador) quien influya más fuertemente en el valor final de este parámetro. Este término considera también la amplitud de la modulación n_1 pues para modulaciones muy intensas se puede producir difracción de Raman-Nath incluso con valores muy altos de Q (y viceversa [139]).

Según Moharam y Young para $\rho_N \leq 1$ nos encontraremos en el régimen de Raman-Nath mientras que cuando $\rho_N \gg 1$ el fenómeno predominante será la dispersión de Bragg. Los autores indican, además, que se puede hablar de comportamiento Bragg ideal a partir de $\rho_N \geq 10$ [134]. Para nuestro medio activo de Nd:YAG y a partir de los valores suministrados por el fabricante del medio activo y por algunos textos de referencia [71, 118], hemos estimado $\rho \ll 10^{-5}$, que indica que nos moveremos dentro del régimen de Raman-Nath. Para calcular este valor consideramos una modulación del índice de entre un 1 % y un 5 % del valor del índice para el medio inalterado, intervalo que obtuvimos afinando las simulaciones numéricas con las que reproducimos teóricamente este comportamiento (ver 6.5).

6.3. Efecto de la difracción de Raman-Nath

Si asumimos que la onda dispersiva de naturaleza acústica presente en el medio puede ser representada como una oscilación en la densidad según:

$$\Delta\tilde{\rho} = \Delta\rho e^{i(qx - \Omega t)} + c.c. \quad (6.8)$$

la variación del índice de refracción será:

$$\Delta\tilde{n} = \Delta n e^{i(qx - \Omega t)} + c.c. \quad (6.9)$$

donde la amplitud de la variación Δn del índice de refracción complejo también es compleja. Este índice complejo cumple:

$$\tilde{n} = n_0 + \Delta\tilde{n} = \tilde{\epsilon}^{1/2} \quad (6.10)$$

Como $\tilde{\epsilon} = \epsilon_b + \Delta\tilde{\epsilon}$ identificamos $n_0 = \epsilon_b^{1/2}$ y $\Delta\tilde{n} = \Delta\tilde{\epsilon}/2n_0$. Escribimos ahora $\Delta\tilde{\epsilon}$ en función de $\Delta\tilde{\rho}$ y empleando la regla de la cadena, introduciendo además la constante electrostrictiva γ_e como $\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\rho_0$:

$$\Delta\tilde{\epsilon} = \frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\Delta\tilde{\rho} = \gamma_e \frac{\Delta\tilde{\rho}}{\rho_0} \quad (6.11)$$

Por lo tanto finalmente obtenemos:

$$\Delta\tilde{n} = \gamma_e \frac{\Delta\tilde{\rho}}{2n_0\rho_0} \quad (6.12)$$

y

$$\Delta n = \gamma_e \frac{\Delta\rho}{2n_0\rho_0} \quad (6.13)$$

A la hora de escribir la variación $\Delta\tilde{n}$ en función de variables reales asumimos un origen de fases tal que:

$$\Delta\tilde{n}(x, t) = 2\Delta n \sin(qx - \Omega t) \quad (6.14)$$

Consideramos ahora un campo incidente de la forma $\tilde{E}_i(r, t) = A e^{i(kz - \omega t)} + c.c.$. El cambio de fase que este frente sufre al atravesar la onda acústica vale:

$$\Phi = \Delta\tilde{n} \frac{\omega}{c} L = 2\Delta n \frac{\omega}{c} L \sin(qx - \Omega t) \equiv \delta \sin(qx - \Omega t) \quad (6.15)$$

donde la cantidad $\delta = 2\Delta n \omega L / c$ se denomina índice de modulación. Este cambio de fase se introduce en el campo transmitido \tilde{E}_t que, por lo tanto, pasa a depender explícitamente también de z :

$$\tilde{E}_t(r, t) = A e^{i[kz - \omega t + \delta \sin(qx - \Omega t)]} + c.c. \quad (6.16)$$

Nótese que el cambio de fase que sufre el campo está modulado en el tiempo. El efecto que esta modulación tiene sobre el campo transmitido (el corrimiento de frecuencia) es visible si empleamos la identidad de la función de Bessel:

$$e^{i\delta \sin y} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\delta) e^{ily} \quad (6.17)$$

mediante la cual el campo transmitido resulta:

$$\tilde{E}_t(r, t) = A \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\delta) e^{i[kz + lqx - (\omega + l\Omega)t]} + c.c. \quad (6.18)$$

que es una superposición de ondas planas con frecuencias $\omega \pm l\Omega$ y vectores de onda $\vec{k} \pm l\vec{q}$. La intensidad relativa de cada componente dependerá de la función de Bessel de ese orden y del valor del índice de modulación δ , mientras que el ángulo de desviación del rayo de orden l será:

$$\theta_l = \arctan\left(\frac{lq}{k}\right) \simeq \frac{lq}{k} = \frac{l\lambda}{\Lambda} \quad (6.19)$$

que, en nuestro caso, tendrá un valor de $\theta_l = l \cdot 3,35 \cdot 10^{-4}$.

En conclusión y según este modelo para la dispersión de Raman-Nath es de esperar que parte de la luz que atraviesa longitudinalmente un medio perturbado por una onda mecánica transversa sufra tanto minúsculos cambios en su dirección de propagación como corrimientos en su frecuencia equivalentes a múltiplos de la frecuencia de oscilación.

6.4. Ondas radiales en medios cilíndricos

Desafortunadamente la bibliografía que trata la ondas acústicas en cilindros sólidos es muy escasa. A diferencia del tratamiento de estas ondas en cilindros huecos o en esferas, problemas con importantes e inmediatas aplicaciones de elevado interés industrial, buena parte de la información que encontramos para barras se basa en la extensión a cilindros sólidos de las ondas descritas para cilindros huecos, que a su vez suelen ser tratadas como un caso particular de ondas acústicas en superficies [140]. Otras publicaciones prestan atención a la propagación de ondas longitudinales a través de barras sólidas, sin tratar en profundidad ondas radiales estacionarias [141, 142]. Fenómenos análogos a la formación y propagación de ondas de choque producidas por lámparas de descarga cilíndricas y sobre todo el modo en el que estas ondas son absorbidas por otros cuerpos están, por lo tanto, mucho menos documentados de lo que nos hubiera gustado.

Existen no obstante unas importantes consideraciones que nos permiten, hasta cierto punto, definir unas condiciones que una onda acústica capaz de producir el desdoblamiento observado tendrá que cumplir. A pesar de que esta información no permite describir completamente el comportamiento espacial de esta onda (u ondas) sí nos sirve como prueba de consistencia, pues acota el rango de frecuencias que dicha onda puede tener. Conociendo esta información sabremos si el desdoblamiento de 1.6 MHz es compatible con una onda estacionaria que oscila transversalmente en un cilindro de YAG.

La primeras y más evidentes de estas consideraciones son que (I) dicha perturbación ha de cumplir la ecuación de onda y, además, (II) ha de tener una proyección radial estacionaria capaz de inducir el desdoblamiento detectado a lo largo de toda la duración del pulso. La ecuación de onda en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \quad (6.20)$$

donde v es la velocidad del sonido, r es la coordenada radial y la función $u(r, t)$ debe ser factorizable según:

$$u(r, t) = \alpha(t)\beta(r) \quad (6.21)$$

pues de lo contrario la variación del índice de refracción a lo ancho del medio activo no tendría el perfil estacionario necesario para que el *splitting* esté presente durante todo el pulso. No entramos a considerar si, superpuesta a esta perturbación, existen ondas acústicas propagándose en sentido longitudinal, pues dichas ondas no crearían una variación del índice de refracción capaz de provocar el corrimiento de frecuencias observado en la dinámica local de los modos transversos. Ocurre lo mismo con ondas superficiales que pudieran propagarse en trayectorias helicoidales a lo largo de la superficie de la barra.

La imagen que estamos componiendo es, por lo tanto, una proyección transversal y simplificada de la dinámica acústica real que puede encontrarse en el láser. Para formar dicha imagen prescindimos de tipos de ondas que, aunque puedan estar presentes, no tienen ni la forma geométrica ni la dirección de propagación necesarias para producir el corrimiento en frecuencias observado.

Introduciendo la descomposición de $u(r, t)$ en la ecuación de onda se llega rápidamente a una ecuación diferencial de Bessel para la parte espacial [143]:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 \beta}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial \beta}{\partial \rho} + (\rho^2 - 1)\beta = 0 \quad (6.22)$$

donde $\rho = kr$ es el radio adimensionalizado con el número de onda de la perturbación. La solución a esta ecuación es la función de Bessel de primera especie $J_1(\rho)$, que se anula para $r = 0$. Uniendo esta función con una solución de la ecuación temporal de la forma $\alpha(t) \propto e^{i\omega t}$ obtenemos:

$$u(\rho, t) = AJ_1(\rho)e^{i\omega t} \quad (6.23)$$

La información necesaria para acotar los valores posibles de k (y por lo tanto de la longitud de onda de la perturbación estacionaria) proviene de las condiciones de contorno. La onda estacionaria $u(r, t)$ se crea al superponerse las múltiples reflexiones de las ondas procedentes del interior del material que inciden sobre la superficie cilíndrica del medio activo. Parte de la energía de estas ondas es reflejada pero una fracción pasa al aire circundante creando una onda viajera cilíndrica que se puede escribir como:

$$u_{aire} = \frac{B}{\sqrt{r}} \cos(\omega t - k_t r + \phi) \quad (6.24)$$

donde k_t es el número de onda de la perturbación que se ha transmitido al aire. En la superficie del medio activo ($r = R$) la continuidad de las funciones y de sus derivadas debe cumplirse para todo t , por lo que tenemos:

$$u(R, t) = u_{aire}(R, t) \quad (6.25)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} = \left. \frac{\partial u_{aire}}{\partial r} \right|_{r=R} \quad (6.26)$$

Para que ambas condiciones se cumplan simultáneamente la parte espacial $\beta(r)$ no puede ser nula, máxima o mínima en $r = R$, pues en ese caso u_{aire} debería ser nula o constante, lo que impediría que satisfaga la ecuación de onda. Para cumplir estos requisitos sin que $\partial u_{aire}/\partial r$ sea creciente para todo t el valor de $\beta(Rk)$ deberá estar comprendido entre el primer máximo y el segundo cero de la función J_1 de Bessel, situados en $\rho \simeq 1,84$ y $\rho \simeq 3,83$, respectivamente. Como el valor de $R = 3$ mm es conocido podemos deshacer la adimensionalización de ρ , obteniendo que el valor de k se situará entre los 667 y los 1267 m^{-1} . Empleando un valor de la velocidad del sonido en el Nd:YAG de $9,5 \cdot 10^3$ m/s obtenemos que estos límites implican que la frecuencia de la modulación estacionaria de la densidad ν_{ac} tiene que estar entre 1,0 y 1,8 MHz, un intervalo compatible con el valor de 1,6 MHz obtenido experimentalmente.

Como era de esperar las pocas características que sabemos que la perturbación ha de cumplir no permiten deducir una descripción muy detallada o precisa de la onda acústica, aunque afortunadamente sí que proporcionan una información consistente con los resultados experimentales.

6.5. Simulaciones

Como se comenta en la sección 6.1 consideramos distintas explicaciones a la hora de justificar el desdoblamiento presente en nuestras mediciones. Cuando publicamos el artículo [62], en el que dimos cuenta de este fenómeno, respaldamos

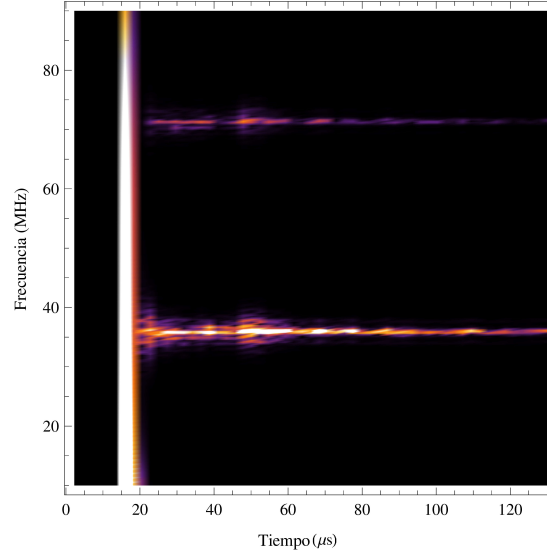


Figura 6.5: Espectrograma de la intensidad local, resultado de las simulaciones numéricas programadas para [63] y que muestra las dos primeras bandas de batido. Promedio de 10 cálculos con semilla aleatoria y bombeo 3 veces superior al bombeo umbral. La introducción de una modulación dinámica de la densidad del medio ρ produce un desdoblamiento de 1,6 MHz que coincide cualitativa y cuantitativamente con el observado experimentalmente. Cuando esta modulación se elimina se recupera el resultado habitual en la literatura, en el cual los batidos de modos transversos dejan líneas individuales cada $c\Delta\psi/2L\pi$ (véase la ecuación 2.101).

nuestra hipótesis con unas simulaciones numéricas donde el haz láser interacciona con una onda radial como la descrita en el apartado anterior. El método empleado fue la integración de las ecuaciones de Maxwell-Bloch en aproximación adiabática y de onda rotante. El algoritmo consistió en un Runge-Kutta de 4º orden y paso fijo escrito en *C*. En estas simulaciones se definió, a través de un malla de 100x100 puntos, un medio bidimensional adaptado a las propiedades ópticas y mecánicas de una matriz Nd:YAG sometida a una onda radial estacionaria, con una longitud de onda de 6 mm y una amplitud capaz de modificar localmente la densidad de inversión de población en un 1 %. En un trabajo posterior [63] repetimos estas simulaciones empleando un amplitud mayor (modulación del 5 %), siendo esta simulación la que se representa en la figura 6.5. En ambos casos la intensidad local del campo láser simulado numéricamente mostró un desdoblamiento del batido de modos transversos similar cualitativa y cuantitativamente al observado experimentalmente.

6.6. Supresión del desdoblamiento

La presencia de una onda acústica, estacionaria y radial, presente en el medio activo, es compatible con los resultados experimentales y con las propiedades de los materiales empleados, pero no había sido observada en este tipo de sistemas con anterioridad. Si, como habíamos supuesto, la perturbación mecánica aparece como

consecuencia del impacto de una onda sonora producida en las lámparas de descarga, aislar mecánicamente al medio activo debería atenuar o inhibir el desdoblamiento de origen acusto-óptico.

Como incorporar una barrera mecánica entre estos elementos alteraría enormemente la inversión de población producida en el medio activo, tanto en magnitud como probablemente en distribución espacial, decidimos intentar suprimir el desdoblamiento introduciendo el dispositivo láser en una campana de vacío para así poder extraer la mayor parte del aire presente en la cavidad de bombeo, impidiendo la propagación de la onda de sonido. El experimento consistió en localizar, con el láser situado en el interior de la campana, un punto en el haz en el que el desdoblamiento fuera claro, para a continuación practicar el vacío y volver a registrar intensidad local manteniendo invariantes todas las condiciones distintas de la presión.

A pesar de este sencillo planteamiento accionar un láser pulsado (que se alimenta con una corriente de varios cientos de amperios) en condiciones de vacío presenta algunas complicaciones que fue necesario solventar a través de modificaciones del sistema experimental.

6.7. Modificaciones al sistema experimental

El dispositivo láser está diseñado para ser montado y operado sobre un tablero óptico al que se pueden fijar sus espejos, que no están unidos al chasis. Como se explica en la sección 3.2 las lámparas de descarga se preionizan empleando cableado para pulsos de alto voltaje y se alimentan con un circuito preparado para soportar intensidades de varios cientos de amperios. Trasladar este delicado equipo al interior de la campana obligó, por lo tanto, a rediseñar numerosos componentes.

Para adaptar el montaje de modo que fuera operativo en el interior de la campana de vacío diseñamos una base de acero que sirviera como plataforma portátil y modificamos las 3 conexiones eléctricas que operan el láser (los 2 bornes del circuito de bombeo y el del cable de preionización que arranca los disparos) para adaptarlas a las entradas de la campana. La base de acero y algunas de las piezas construidas para poder alimentar y preionizar las lámparas son visibles en la figura 6.6. Al empezar a operar con el láser en condiciones de vacío se hizo patente, no obstante, que serían necesarias algunas alteraciones más.

6.7.1. Sistema de vacío

El dispositivo empleado para poder accionar el láser en vacío es un sistema *Veeco V-300* diseñado para deposición de materiales por evaporación térmica y modificado por el grupo de investigación. Actualmente es capaz de alcanzar un vacío de hasta de hasta $1,5 \cdot 10^{-8}$ Torr gracias a una bomba turbomolecular *Turbo-V 300 HT* de *Varian*. Es necesario indicar que en este sistema y a estos niveles de vacío una medida precisa de la presión no es posible al estar limitados por el termopar de la propia

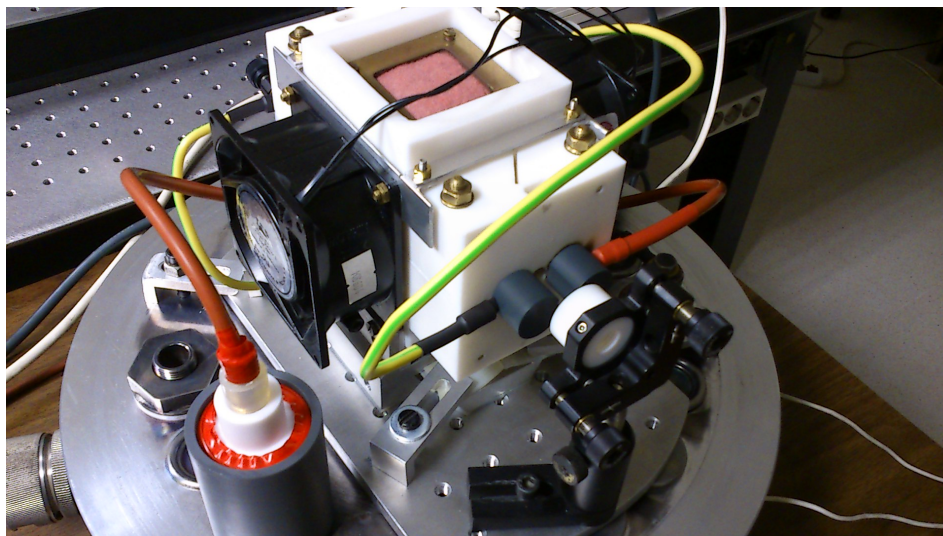


Figura 6.6: Dispositivo montado sobre el sistema de vacío, alineado y listo para situar la campana y comprobar la transmitancia es esta. Una vez realizado este paso y determinada la posición del borde del haz, se procede a la adquisición de intensidad local a presión atmosférica. Si un pre-análisis de estos datos muestra un desdoblamiento claro, se retiran los ventiladores (montados sobre un marco de aluminio), se cierra la campana y se practica el vacío. En caso contrario se ha de desplazar el diafragma de adquisición para buscar un punto mejor o, si el problema persiste, volver a empezar el proceso desde la etapa de alineación.

campana, el cual únicamente desciende hasta 1 mTorr¹.

Asumiendo una relación lineal entre la presión dentro de la campana y la energía transmitida por la onda de choque estimamos que la cantidad de energía que podía llegar a incidir sobre el medio activo a 100 mTorr (4 órdenes de magnitud por debajo de la presión atmosférica) era tan baja que un vacío de esas condiciones era más que suficiente para comprobar la validez de nuestra hipótesis, por lo que decidimos intentar provocar emisión láser a esta presión, valiéndonos tan sólo de la bomba rotatoria.

6.7.2. Efecto Paschen

La operación del láser de Nd:YAG pulsado en condiciones de baja presión atmosférica presenta el reto de hacer frente a la reducción del voltaje de ruptura dieléctrica del aire [144]. Esta reducción provoca descargas eléctricas entre diferentes puntos del circuito eléctrico que alimenta a las lámparas y la base de la campana, conectada a tierra incluso cuando la fuente de alta tensión apenas ha cargado los condensadores al 10 % del voltaje de operación. Este fenómeno, conocido como Efecto Paschen [145], se debe a que al disminuir la presión el recorrido libre medio entre colisiones de las partículas del gas crece linealmente, pues es inversamente propor-

¹El sistema de vacío también incluye un medidor de presión por emisión iónica con una escala mínima de medición de 10^{-8} Torr, pero por desgracia dicho dispositivo no funciona.

cional a la presión. Llegado cierto punto la distancia entre colisiones es tan grande que un electrón libre atraído electrostáticamente por un borne cargado con signo positivo es capaz de acelerarse tanto entre choques que adquiere una energía cinética capaz de ionizar a las moléculas contra las que impacta, resultando de este choque una molécula ionizada y un nuevo electrón libre. Ocurren así ionizaciones en cadena que aumentan localmente la conductividad del aire hasta que se producen descargas entre puntos muy separados.

La ecuación de Townsend [146] recoge el potencial de ruptura $V_{ruptura}$ del aire:

$$V_{ruptura} = \frac{aPd}{\ln[Pd] + b} \quad (6.27)$$

donde P es la presión, d es la distancia entre bornes y a y b son constantes que dependen del gas (o de la mezcla de gases) donde se produce la descarga [147].

Intentar sortear el efecto Paschen mediante la mejora del aislamiento de los puntos entre los que saltan las chispas es muy poco efectivo porque las descargas se producen incluso a través de piezas de teflón unidas a presión, recorriendo decenas de centímetros antes de descargar en zonas de la cámara muy alejadas de su punto de origen. Tras calcular [147] el valor del voltaje de ruptura en función de la distancia a distintas presiones decidimos reducir tanto la cantidad de aire presente en el interior de la campana que el recorrido libre medio entre colisiones de las partículas fuera mayor que la propia cavidad de vacío. La presión a la que debíamos bajar (del orden de 6 mTorr, véase la figura 6.7) es fácilmente accesible mediante la bomba turbomolecular equipada en la campana de vacío, que nos permite alcanzar presiones muy inferiores a 1 mTorr, presión a la que fue posible provocar emisión láser.

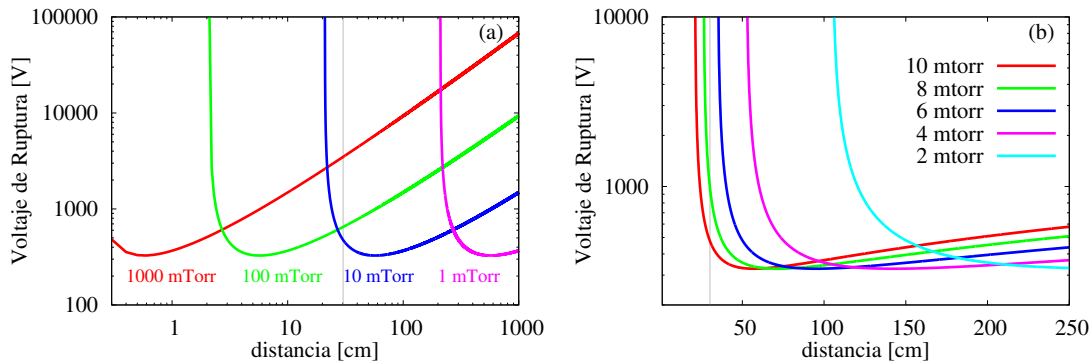


Figura 6.7: Voltaje de ruptura del aire en función de la distancia (curvas de Paschen) obtenidas a partir de la ecuación 6.27. La abrupta subida que muestran las curvas está relacionada con el recorrido libre medio de los electrones ionizados a cada presión. En ambas imágenes la recta gris está situada en $x = 30,2$ cm, el diámetro interno de la campana. Nótese que mientras que (a) tiene ambos ejes en escala logarítmica, en (b) el eje de abscisas es lineal. Para que al voltaje de trabajo (entre 1000 y 1400 V) no se produzca ninguna descarga entre puntos situados en el fondo de la campana es necesario reducir la presión hasta al menos 6 mTorr.

6.7.3. La campana de vidrio

Después del efecto Paschen el mayor inconveniente a la hora de operar el láser en nuestra campana de vacío es la distorsión introducida por el vidrio de la campana que el pulso láser ha de atravesar. Este vidrio cilíndrico tiene un grosor de 5 mm y una transmitancia de aproximadamente el 80 %. El principal problema que plantea viene de su rugosidad, pues se trata de una pieza muy complicada de manufacturar que presenta arrugas a lo largo de toda su superficie. La simetría cilíndrica de la campana permite girar este vidrio buscando que la zona que el láser atraviesa sea lo más homogénea posible, pero aún así es inevitable que la campana modifique la distribución espacial del haz de salida. En nuestro experimento es crucial elegir los puntos del perfil transversal para adquirir la intensidad local. Por tanto, los resultados mostrados son una comparación de la intensidad local correspondientes a los mismos puntos con y sin aire, teniendo en cuenta dicha modificación del haz.

Al ser el propósito de nuestro experimento la obtención de medidas de intensidad local empleando un diafragma cuadrangular de $125\ \mu\text{m}$ de lado, los pequeñísimos desplazamientos laterales que la campana provoca en el haz láser cambian completamente el punto de adquisición. Por eso tomamos datos tanto a presión atmosférica como en vacío empleando exactamente el mismo montaje y, de hecho, siempre en la misma sesión, teniendo un gran cuidado en no mover ni la campana ni ningún otro componente del sistema experimental.

6.7.4. Metodología de adquisición

Antes de empezar a grabar datos experimentales es necesario realizar una serie de tareas para comprobar que el láser funciona adecuadamente y que la campana está correctamente situada. El protocolo previo a la adquisición es el siguiente:

1. **Optimización de la energía de salida y cálculo del voltaje umbral.** Sin colocar la campana de vidrio se alinea el láser de manera normal (véase el apéndice C), preferiblemente hasta superar los 30 mJ con 600 V de carga. Se determina el voltaje umbral con normalidad.
2. **Comprobación de la transmitancia.** Se cargan los condensadores al voltaje al que se va a realizar la adquisición, que dependerá del voltaje umbral medido en esta sesión y del bombeo adimensionalizado al que se quiera operar. Se realizan y miden 3 disparos. Entonces se coloca la campana de vidrio, se ajusta el reflector que desvía el haz hasta la termopila para compensar el desplazamiento lateral introducido al situar la campana, y se miden otros 3 disparos. Si la transmitancia es mayor del 80 % se continúa, en caso contrario se prueba a mover la campana o el reflector. Si el problema persiste se retira el vidrio y se vuelve a empezar desde el principio.
3. **Búsqueda del borde del haz láser.** Se retira el reflector exterior a la campana y se dispara directamente sobre el diafragma. Empleando las funciones

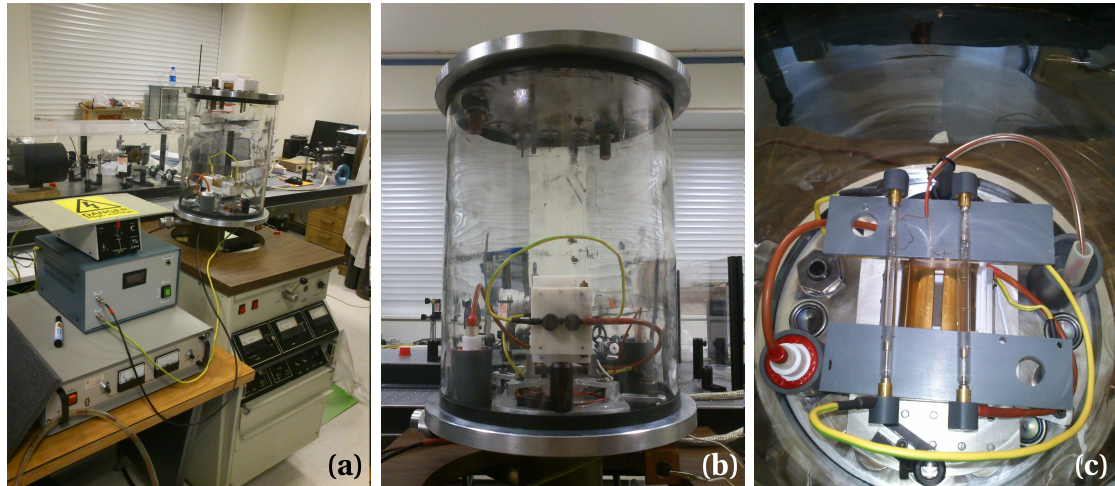


Figura 6.8: Fotografías del sistema experimental de vacío empleado. (a) A la izquierda y sobre una mesa, de arriba a abajo, se disponen la fuente de alta tensión responsable de la pre-ionización, el acumulador dónde se almacena la energía destinada al bombeo de las lámparas y la fuente de alta tensión que suministra a éste la diferencia de potencial. A la derecha se encuentra el sistema de vacío, formado por la campana de vidrio, su tapa y la consola. (b) Campana de vacío cerrada, con el dispositivo láser situado dentro. Los reflectores que forman la cavidad óptica están desmontados para protegerlos durante las pruebas de disparo. (c) Dispositivo láser pulsado desmontado durante las pruebas de destello, previas a las de emisión láser. Se han retirado todos los elementos indispensables, dejando sólo las lámparas y los circuitos de pre-ionización y alimentación. Las seis piezas cilíndricas de PVC gris son tapones que diseñamos para tratar de evitar las fugas de corriente a baja presión. Las dos láminas de PVC se sitúan debajo de las lámparas para tratar de aislarlas del reflector de la cámara de bombeo, una pieza bielíptica de oro.

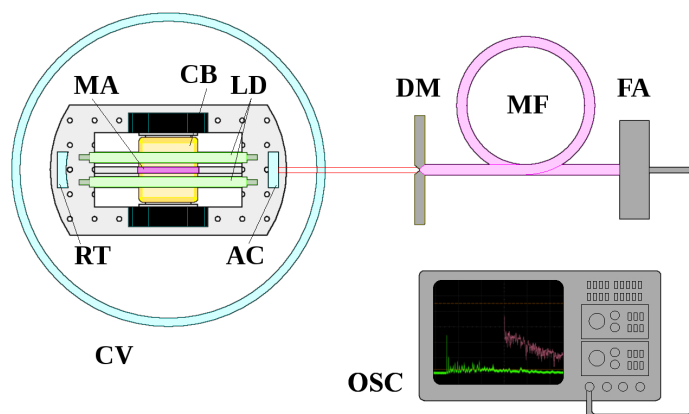


Figura 6.9: Esquema del montaje experimental para la adquisición de intensidades locales en condiciones de vacío. CV: campana de vacío; MA: medio activo; CB: cámara de bombeo; LD: lámparas de descarga; RT: reflector total con 10 m de radio de curvatura; AC: acoplador plano con reflectancia del 70 %; DM: diafragma móvil; MF: mazo de fibra óptica; FA: foto-diodo amplificado; OSC: osciloscopio.

internas del osciloscopio se evalúa si el punto de análisis presenta un desdoblamiento suficientemente claro; de no ser así se desplaza el diafragma hasta encontrar un punto en el que este fenómeno sea perfectamente distinguible. Una vez encontrado un lugar adecuado se encienden todos los extractores, se eliminan las fuentes de contaminación lumínica y se procede a la adquisición de intensidades locales a las 2 presiones de interés.

A partir de este momento la adquisición de 10 disparos a presión atmosférica suele ser una tarea sencilla. La robustez del dispositivo láser y las buenas propiedades térmicas del Nd:YAG permiten disparar cada pocos segundos, siendo la velocidad a la que el osciloscopio graba las mediciones de intensidad local el factor limitante. La adquisición en vacío, por el contrario, presenta algunas complicaciones.

Para empezar el sistema de refrigeración de lámparas y medio activo, formado por 2 ventiladores, no funciona en vacío. Cuando se va a cerrar la campana para practicar el vacío se retiran estos ventiladores (atornillados a un soporte fácilmente extraíble que facilita esta tarea) para que la radiación infrarroja de lámparas y medio activo salga de la cavidad. Después de cada disparo es prudente esperar al menos un minuto para que estos elementos radien el exceso de temperatura. Por precaución nunca realizamos más de 4 disparos en un solo vaciado. Cuando se ha disparado 3 ó 4 veces se desconecta la fuente de alta tensión, se descarga el voltaje residual presente en los condensadores (que suele ser de unos 100 V) y se ventila (se permite que el aire vuelva a entrar en la cavidad). Se mantiene la campana a presión atmosférica durante unos 3 minutos para asegurar que la temperatura en la cavidad de bombeo ha bajado hasta la temperatura ambiente y entonces se vuelve a practicar el vacío.

El sistema de preionización de las lámparas también presenta algunos problemas al operar por debajo de 1 mTorr. A presión atmosférica y con los condensadores cargados con voltaje superior al voltaje umbral de las lámparas (que es de unos 480

V) rara es la ocasión en la que las lámparas no destellan tras disparar el generador de pulsos responsable de la preionización. Sin embargo en vacío lo normal es justo lo contrario: a menudo hay que pulsar repetidas veces el disparador del generador de pulsos antes de que se produzca el *flash*. En ocasiones hay que desistir, ventilar la cavidad, realizar unos cuantos disparos a presión atmosférica para que la corriente de bombeo caliente las lámparas y volver a practicar el vacío. Para explicar y (en la medida de lo posible) solucionar este problema estuvimos monitorizando las señales de radiofrecuencia que se propagan por todo el sistema eléctrico cuando se dispara la fuente de pulsos, se produzca o no el destello de las lámparas. No fue posible detectar ninguna fuga que indicara que el pulso preionizador de alto voltaje escapaba de la campana antes de ser conducido al bobinado que envuelve la lámpara. En los disparos que sí producían el destello la forma y valores de los pulsos de bombeo medidos en vacío eran indistinguibles de aquellos obtenidos a presión atmosférica, por lo que asumimos que este inconveniente no debería afectar a la dinámica láser que queríamos estudiar.

Adquiridas en una misma sesión 2 tandas de 10 intensidades locales, una a presión atmosférica y la otra por debajo de 1 mTorr pero idénticas en todas las demás condiciones, se analizan informáticamente dichas señales. Para ello empleamos *scripts* escritos en **Octave**. Estos pequeños y ligeros programas generan espectrogramas en forma de matrices de 38x147 elementos a partir de las señales experimentales de 512.244 pares de puntos adquiridas con un muestreo de 4 GHz.

En detalle el proceso que va desde el grabado de la señal experimental hasta la comparación visual de espectrogramas se divide en las siguientes etapas:

- a **Carga y filtrado de cada disparo individual.** Para reducir el ruido de baja frecuencia de la señal se emplea un filtro *Butterworth* con una frecuencia de corte de 5 MHz, suficientemente inferior a la frecuencia de la primera banda de interés (sobre los 30 MHz) como para no afectar a esta zona.
- b **Obtención del espectrograma de cada disparo.** Estos espectrogramas son espectros con resolución temporal que muestran la variación de las frecuencias de oscilación de las señales experimentales a lo largo del tiempo. Para calcularlos se emplea la función *spectrogram.m*, escrita por L. Shure y posteriormente actualizada por T. Krauss [148]. Este algoritmo analiza una determinada cantidad de segmentos de la señal experimental, introducida como una larga cadena de pares de valores (intensidad y tiempo) registrados por el osciloscopio. Cada uno de estos segmentos es, por lo tanto, una sección temporal del disparo grabado. Para mejorar la resolución temporal no se divide la señal total en N fragmentos consecutivos, sino que se busca que cada porción de datos esté solapada con la sección anterior y posterior en un 50 %. La función *spectrogram.m* calcula el espectro de cada segmento y graba el resultado como un vector que registra la intensidad medida a cada frecuencia y que puede ser posteriormente representado como una línea de píxeles. La acumulación de todas estas líneas genera una matriz con un número de filas igual al número de segmentos en los que se subdividió el disparo original y con un número de columnas dependiente de la resolución espectral.

- c **Promediado de los 10 espectrogramas** (matrices) pertenecientes a cada tanda y representación de los mismos.
- d **Comparación visual entre espectrogramas** adquiridos en un mismo punto del haz y durante la misma sesión a las 2 presiones de interés. Elección de las ampliaciones que muestren mejor el comportamiento espectral de la intensidad local medida.

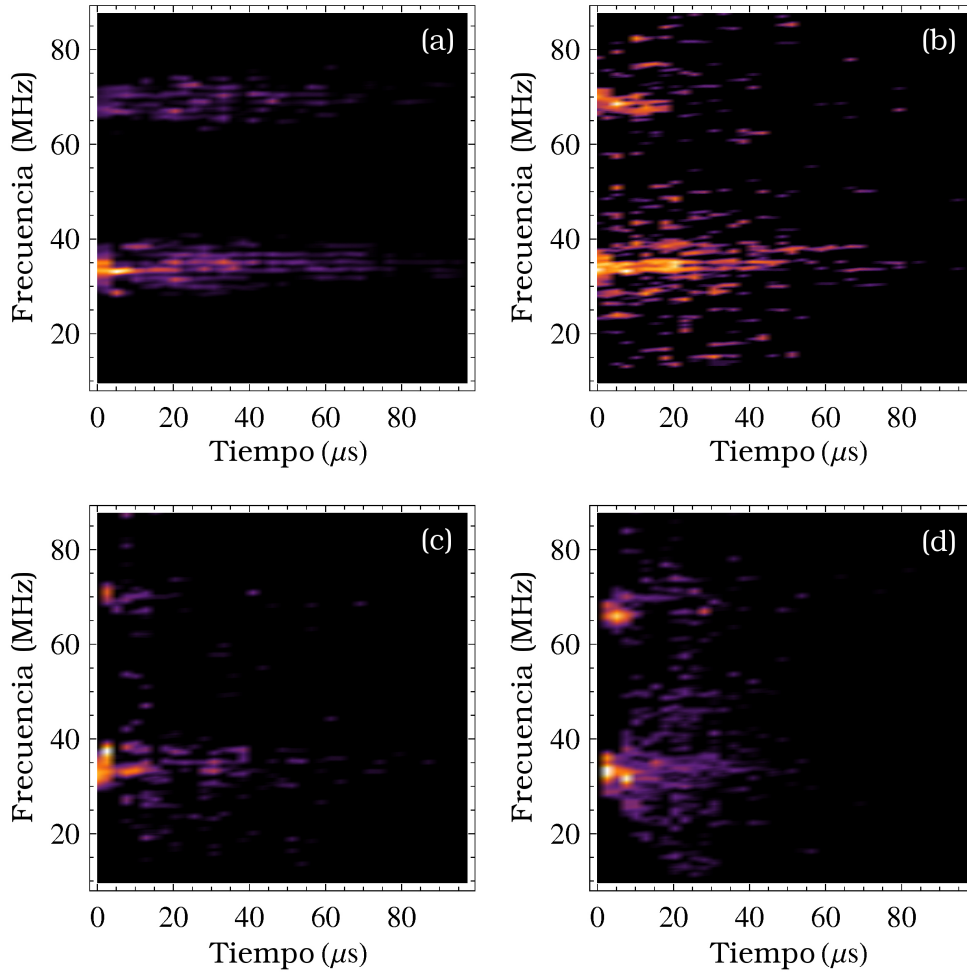


Figura 6.10: Desdoblamiento experimental en distintos puntos situados a lo ancho del haz. Cada imagen corresponde al promedio de 10 espectrogramas. La distancia del punto de adquisición al centro del medio activo de 6 mm de diámetro es de (a) 2,5 mm (b) 1,5 mm (c) 0,5 mm y (d) 0 mm. Figuras obtenidas con Nd:YAG a presión atmosférica sometido a un bombeo 3 veces superior al umbral.

6.8. Resultados experimentales

En la primera fase de la investigación obtuvimos mediciones de la intensidad local en varios puntos a lo ancho del haz, constatando que en todas las posiciones

se registra un desdoblamiento intermitente de las líneas de batido de modos transversos. Al promediar varios disparos, los espectrogramas resultantes muestran a lo largo de todo el tiempo de emisión bandas de líneas continuas y equiespaciadas, separadas unas de otras por múltiplos de 1,6 MHz. Como muestra la figura 6.10 el desdoblamiento se observa más claramente en las zonas externas.

Tras adaptar el dispositivo láser para que pudiera funcionar en el interior de la campana pudimos volver a detectar y aislar desdoblamiento en el batido de modos transversos a presión atmosférica. La presencia de la campana de vidrio, así como las dificultades asociadas a tener que montar y alinear el láser sobre la campana de vacío, provocan que la localización de puntos que muestren un buen batido sea mucho más difícil de lo que era sobre la mesa óptica.

Una vez situado el diafragma sobre los puntos de interés procedimos a retirar los ventiladores, cerrar la campana y practicar un vacío suficientemente alto como para poder producir emisión láser. Se adquirieron así numerosas intensidades locales de salida agrupadas e tandas de 10 disparos. En estas tandas el batido transversal es perfectamente distinguible pero no así el desdoblamiento presente a presión atmosférica, desdoblamiento que desaparece completamente al repetir el experimento en condiciones de vacío, como muestra la figura 6.11(b).

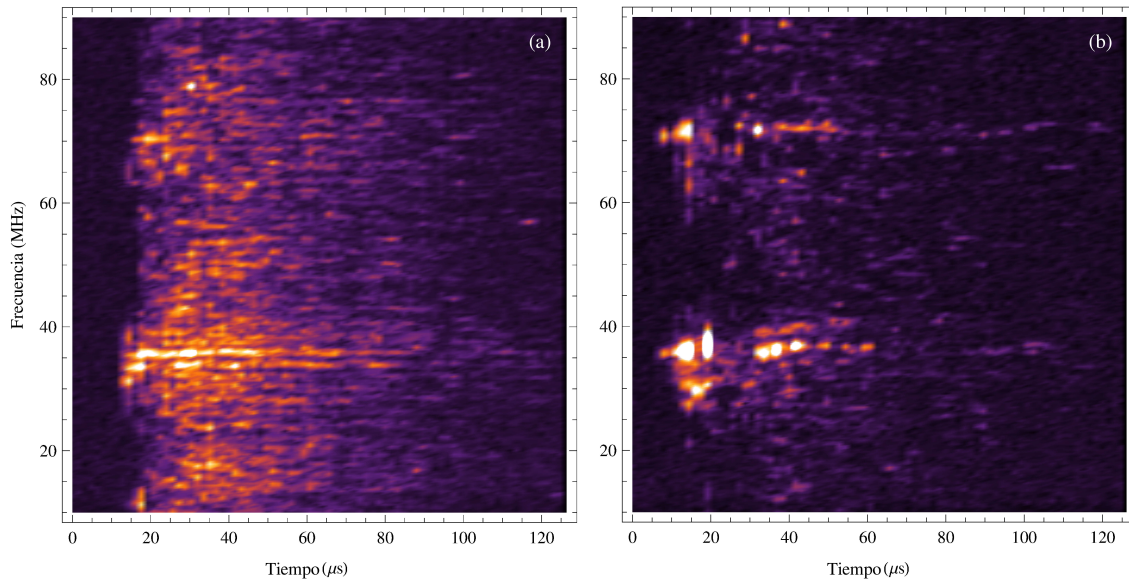


Figura 6.11: Espectrogramas experimentales de la intensidad local, obtenidos tras promediar 10 capturas. Las condiciones son las mismas que en la figura 6.1. (a) A presión atmosférica, los dos primeros batidos de modos transversos, centradas aproximadamente en 35 y 70 MHz, aparecen desdoblados en bandas muy anchas, con líneas equiespaciadas cada 1,6 MHz. (b) En condiciones de vacío (a una presión inferior a 1 mTorr) las líneas de batido no muestran desdoblamiento.

6.9. Conclusiones

Se ha observado el desdoblamiento del batido de modos transversos y se ha comprobado que dicho *splitting* se debe a la difracción de Raman-Nath provocada por una modulación rápida (1,6 MHz) y periódica de las propiedades ópticas del medio activo, que está sometido a la acción de una onda mecánica estacionaria. Se trata, por lo tanto, de un efecto acusto-óptico. Como hemos podido comprobar este fenómeno ocurre de manera intermitente a lo largo de todo el pulso de emisión, si bien es más intenso al principio del mismo. En consonancia con la existencia de una onda elástica radial y estacionaria, cuya amplitud es mínima en el centro y crece según nos alejamos de él, el desdoblamiento es más claro en las zonas externas del haz.

Además, se ha modificado el sistema experimental para poder operar en condiciones de vacío y así inhibir este desdoblamiento. Estas medidas confirman que el desdoblamiento es producido por una onda de choque debida a la violenta descarga de las lámparas de destello y propagada a través del aire presente en la cavidad de bombeo. En condiciones de vacío no se produce el claro y llamativo desdoblamiento espectral que se observa a presión ambiente, mientras que el resto de la dinámica láser resulta inalterada.

Queda de este modo esclarecido el origen de esta dispersión en frecuencias como un fenómeno acusto-óptico parasitario. Es esperable que este efecto se encuentre también en otros láseres pulsados de estado sólido bombeados por lámparas, si bien extrapolando nuestros resultados lo más probable es que este fenómeno sea mucho más visible en unos puntos del haz que en otros. Según los resultados experimentales, la variable que parece determinar si habrá o no desdoblamiento en la intensidad local en un punto dado es la distancia entre ese lugar y el centro del haz aunque, como ya hemos explicado, el desconocimiento de los detalles de la dinámica vibracional que se establece en el medio activo nos obliga a emplear modelos muy simplificados de la distribución de estas oscilaciones rápidas.

En cuanto a posibles vías de ampliación de esta investigación, nuestra intención es repetir estas mediciones empleando varillas láser de distintos materiales y grosores (aunque también dopadas con neodimio) y comprobar si en estos medios la anchura espectral del desdoblamiento coincide con las frecuencias esperadas para ondas radiales cuyo perfil de amplitudes se corresponda con una función de Bessel. Concretamente, deseamos comprobar si se mantiene la relación entre anchura del desdoblamiento $\Delta\nu$, radio del medio activo R y velocidad del sonido en el medio activo v que hemos estudiado en la sección 6.4, y que puede escribirse como:

$$1,84 \leq \frac{2\pi R \Delta\nu}{v} \leq 3,83 \quad (6.28)$$

La ausencia de publicaciones que describan el funcionamiento de láseres pulsados operando en vacío impide comparar nuestros resultados con estudios similares realizados en otros dispositivos análogos. En el plano práctico esta ausencia nos ha deparado algunas sorpresas, como la aparición de descargas de Paschen, que pro-

vocan que la energía eléctrica acumulada en nuestro capacitor escape del circuito eléctrico de alimentación. A pesar de que un prudente diseño del experimento impide que estas descargas puedan alcanzar a las personas o a las partes más delicadas de la maquinaria empleada, los arcos de descarga suponen una amenaza para el material óptico que compone el láser, muy susceptible de perder sus propiedades. Afortunadamente la práctica totalidad de los daños afectaron a los aislantes diseñados para este experimento o al robusto chasis de teflón, en el que son perfectamente distinguibles las quemaduras producidas por estas descargas (véase el ennegrecimiento del chasis junto al borne de carga en la figura 6.6). Como ya se ha explicado el único modo de evitar fugas es trabajar a presiones suficientemente bajas como para que el recorrido libre medio de las partículas exceda las dimensiones de la campana de vacío.

Parte III

Conclusiones, Apéndices y Bibliografía

Capítulo 7

Conclusiones Finales

7.1. Conclusiones

En esta memoria se han recopilado los resultados de varias investigaciones relacionadas con las inestabilidades en láseres pulsados de clase B y gran apertura. Cada uno de los trabajos recogidos en esta memoria posee un enfoque distinto, porque todos tratan aspectos diferentes de la dinámica espacio-temporal de estos sistemas. Los estudios han sido predominantemente experimentales y han requerido el diseño y ejecución de algunos experimentos técnicamente complejos. Algunos de ellos, como la producción de radiación láser en condiciones de vacío, no habían sido abordados anteriormente (hasta donde sabemos) de manera similar. Debido a la naturaleza práctica de estas investigaciones ha sido necesario explorar (y descartar) muchos caminos hasta dar con el modo de acceder de manera satisfactoria a determinadas dinámicas. En este contexto el papel de los análisis teóricos ha sido fundamental, pues han permitido orientar de manera adecuada los planteamientos experimentales y servido de base para construir simulaciones numéricas que han reforzado y completado los hallazgos experimentales.

Concretamente, durante estas investigaciones:

- **Se ha estudiado la evolución temporal de la distribución transversa de intensidad de un láser pulsado de gran apertura ($N_F \approx 40$) operando en emisión libre.** Para ello se han adquirido imágenes instantáneas que dan cuenta del patrón experimental transversal en distintos momentos de la emisión. Estas imágenes se han obtenido empleando tiempos de integración menores que los tiempos propios de evolución del campo eléctrico (entre 1 y 5 ns frente a $1/\kappa \approx 7$ ns). Se han empleado medios activos con tres tipos de matrices diferentes. Entre los materiales empleados destaca el *Q-246*, un silicato dopado con neodimio cuyos patrones en este régimen dinámico no habían sido registrados. En el *Q-98*, por otro lado, se han obtenido patrones muy alejados del inicio del pulso, incorporando estas imágenes a las ya obtenidas en trabajos previos y extendiendo el rango de observación tanto en la duración temporal como en el nivel de bombeo alcanzado. En todos los medios activos comprobamos que la emisión arranca en forma de distribuciones regulares muy similares a los modos de Gauss-Hermite o de Gauss-Laguerre. Más adelante el patrón se complica y su forma cambia, apareciendo algunas estructuras no encuadrables dentro de estas dos familias. En el caso del Nd:YAG y tras pocas decenas de microsegundos de emisión se observa una transición dinámica hacia un patrón formado por filamentos que no mantienen entre sí relaciones de coherencia.
- Gracias a la alta reproducibilidad de la dinámica transversa durante los primeros microsegundos de emisión **se ha observado de manera directa la transformación gradual entre modos de Gauss-Hermite de órdenes espaciales adyacentes** mediante la adquisición de varias imágenes situadas en la vecindad de esta transición (véase la figura 2.11 de la páginas 69). Esta evolución se ha relacionado con el quemado espacial producido por el primer modo, que satura la inversión en las zonas dónde tiene sus máximos.

- A través de estos patrones **hemos estudiado el efecto del tipo de ensanchamiento de la curva de ganancia en la transición orden-desorden, constatando que la inhibición de la filamentación es debida al ensanchamiento inhomogéneo que presentan algunos medios activos, sin que la intensidad de los mecanismos de relajación cruzada entre paquetes atómicos juegue un papel relevante en el rango de bombeos y tiempos explorado.** Para llegar a esta conclusión hemos comparado el comportamiento dinámico de tres medios activos con distintos ensanchamientos y mecanismos de reparto de inversión entre paquetes atómicos: una matriz de YAG, otra denominada *Q-98* (un fosfato) y una tercera llamada *Q-246* (un silicato), todas dopadas con neodimio trivalente.
- Además de mediante la obtención de imágenes, **se ha estudiado la transición a la filamentación a través de la correlación de medidas de intensidad local adquiridas en diferentes puntos del haz, encontrando diferencias en la evolución espacial de la correlación en función de la presencia o inhibición de la transición.** Mientras que en los medios con ensanchamiento inhomogéneo de la curva de ganancia la correlación se mantiene en torno al 70-80 % entre puntos situados a 0,75 mm, en el mismo rango de distancias la correlación cae al 30 % en los medios con ensanchamiento homogéneo.
- **Se ha detectado la existencia de modos no ortogonales en todos los medios activos a través de la permanencia de restos del batido espectral transversal en el espectro de la intensidad total radiada.** Al no operar en nuestro láser los fenómenos responsables de la violación de ortogonalidad en otros dispositivos (gradientes térmicos, inhomogeneidades en el dopado o en la estructura interna del medio activo y anisotropías en la difusión del bombeo), **se ha estudiado y demostrado numéricamente la relación entre los NOMs y el nivel de asimetría del perfil de bombeo suministrado al medio activo por las lámparas de descarga.** Para modelizar correctamente las simulaciones **se obtuvieron mediciones directas de la distribución de la fluorescencia de los iones de Nd^{3+} a lo ancho del medio activo,** relacionando este perfil de intensidad con la distribución del bombeo.
- Además de orientar nuestras simulaciones, **esta adquisición del perfil de fluorescencia ha demostrado que la distribución interna del bombeo (y por lo tanto de la inversión de población) es diferente a la que se asumía.** En nuestro dispositivo experimental **la inversión es máxima en un anillo circular y no en el centro del medio activo,** como se creía. A partir de este descubrimiento se ha incorporado a todas las simulaciones numéricas un perfil de bombeo acorde con las observaciones experimentales.
- **Se ha explicado la presencia de un desdoblamiento en la línea de batido de modos transversos interpretando este fenómeno como el resultado de un acoplamiento acusto-óptico entre el campo láser y una onda estacionaria presente en el medio activo.** Este fenómeno

ocurre intermitentemente a lo largo de todo el pulso de emisión, si bien es más intenso en los instantes iniciales. Se observa en cualquier punto del haz, pero es más intenso en el área situada a unos 2,5 mm del centro del medio activo. **Se ha realizado un estudio teórico que ha demostrado que una onda con la distribución necesaria para inducir, mediante el efecto de Raman-Nath, el desdoblamiento de 1,6 MHz observado, está dentro del rango de ondas estacionarias posibles en el medio activo en función de sus propiedades mecánicas.** La forma geométrica de esta onda, además, explicaría la variación de la intensidad del desdoblamiento a lo ancho del haz, dado que la zona donde el efecto es más intenso coincide con la región en la que la amplitud de la onda estacionaria es máxima.

- **Se ha reproducido este desdoblamiento en simulaciones numéricas en las que se ha incorporado una modulación de la densidad periódica, consistente con las observaciones y con una amplitud capaz de variar la densidad localmente entre un 1 y un 5 %.** Los resultados de estas simulaciones concuerdan cualitativa y cuantitativamente con los resultados experimentales, produciendo un desdoblamiento con un espaciado similar al experimental.
- Gracias a la desaparición de este desdoblamiento al repetir el experimento en condiciones de vacío **se ha demostrado que el origen de esta perturbación dinámica es una onda acústica que se transmite por el aire de la cámara de bombeo desde las lámparas de descarga hasta el medio activo.**
- Al tratar de operar el láser en condiciones de vacío **se han explorado las presiones atmosféricas en las que nuestro dispositivo es operativo,** encontrándose que en la franja situada entre los 500 y los 10 mTorr (equivalente a moverse dentro de la mesoesfera, a alturas de entre 55.000 y 80.000 m sobre el nivel del mar) no es posible provocar la emisión de láseres como el nuestro, ya que a esas presiones el sistema de alimentación no soporta voltajes de más de un centenar de voltios. También **ha sido necesario adaptar la metodología de trabajo al nuevo montaje experimental, que a su vez ha sufrido diversas modificaciones orientadas a permitir la operación del láser.**

7.2. Vías de ampliación

Existen diversas investigaciones que sería interesante llevar a cabo para completar los resultados expuestos en esta memoria:

- Tras comprobar que los mecanismos de relajación cruzada no juegan un papel relevante en este aspecto, es necesario avanzar en la comprensión de los mecanismos que se desarrollan en materiales con ensanchamiento inhomogéneo y que provocan la inhibición de la transición orden-desorden. Desde el punto de vista experimental sería muy valioso obtener un sistema que tuviera una

ensanchamiento controlable para estudiar en qué rangos se puede producir filamentación. Volviendo a los ya mencionados estudios de Encinas *et al.* en este campo [102], sería interesante buscar un modo de observar la fase ordenada en un láser de gran apertura de CO₂ y comprobar bajo qué condiciones llega a darse. En este sentido una vía de aproximación podría ser el aumento inhomogéneo del ensanchamiento a través del uso del efecto Doppler. Para ello sería recomendable aumentar sensiblemente la temperatura del CO₂ para poder inducir así un ensanchamiento Doppler de gran intensidad. Esta aproximación, no obstante, precisa de un intenso trabajo experimental previo.

- Una aproximación distinta podría hacerse a partir de una cerámica policristalina en la que el ensanchamiento estuviera provocado por la anisotropía de las redes cristalinas en las proximidades de las fronteras de grano. En estos materiales el tamaño de grano depende de la concentración de dopantes [108] (que inducen importantes perturbaciones en la red, insostenibles para monocristales demasiado grandes) y el método de fabricación. Empleando una concentración no muy alta (sobre el 1 %) de dopantes y una síntesis basada en un enfriamiento rápido podría sintetizarse un material con una gran proporción de fronteras de grano y a la vez susceptible de reordenar su estructura interna para crear cristales mayores. Mediante ciclos de recocido, el ensanchamiento de este material debería disminuir paulatinamente, lo que podría permitir comprender mejor estos fenómenos. Una prueba análoga pero inversa podría realizarse empleando una muestra cristalina de alta calidad (como nuestro medio activo de Nd:YAG) e irradiándola sucesivas veces con neutrones para inducir desperfectos en su estructura interna. De esta manera, ciclo tras ciclo, la concentración creciente de defectos puntuales iría provocando un ensanchamiento de carácter inhomogéneo.
- En este contexto sería interesante programar nuevas simulaciones numéricas en los que la dimensión del ensanchamiento sea un parámetro cuya variación se puede evaluar, al estilo de lo realizado en láseres de punto cuántico o *q-dots* por Mukherjee *et al.* [115]. Para poder acometer este trabajo es necesario asignar paquetes espectrales a distintos segmentos de la curva de ensanchamiento inhomogéneo, por lo que es necesario contar con una potencia de cálculo adecuada, capaz de asumir el creciente número de variables.
- El desconocimiento de los detalles de la dinámica vibracional que se establece en el medio activo nos obliga a emplear modelos muy simplificados de la distribución de estas oscilaciones rápidas. Un sistema numérico capaz de acusar la presencia de ondas estacionarias después de ser sometido a una onda de choque acústica permitiría comprobar si el suave desvanecimiento del desdoblamiento a lo largo del pulso observado experimentalmente tiene una explicación mecánica. Una vez obtenido el modelo, sería muy interesante modificar la geometría del medio activo (por ejemplo modelizando un prisma de base poligonal) y comprobar el efecto que la presencia en algunos sectores del medio activo de modulaciones rápidas tiene sobre la dinámica general.
- El desdoblamiento del batido de modos transversos provocado por la difrac-

ción de Raman-Nath debería inducir una separación diferente en materiales distintos al Nd:YAG, pues en ellos la velocidad del sonido es diferente y por lo tanto también lo será la frecuencia de una onda mecánica estacionaria. Buscar medios en los que se repita el desdoblamiento y comprobar que verifican la inecuación 6.28 descrita en la sección 6.4 sería una prueba definitiva sobre la geometría transversa de estas ondas estacionarias.

- Por último y teniendo en cuenta los grados de libertad y la naturaleza no-lineal de las interacciones que gobiernan la evolución de nuestro sistema (que presenta emisión multi-modal con medios activos ensanchados homogénea o inhomogéneamente), una vía de ampliación de enorme interés sería analizar bajo qué condiciones nuestro láser presentaría caos determinista [30], de manera análoga a cómo se han abordado otros láseres de clase B [29]. Un dispositivo de gran apertura con capacidad para generar pulsos caóticos de manera sencilla sería un buen candidato para generar secuencias genuinamente aleatorias, de gran interés para aplicaciones criptográficas.
- Todos los patrones experimentales correspondientes a etapas previas a la transición al desorden se asemejan a modos de cavidad vacía que han perdido o visto empobrecidas algunas de sus simetrías. Observando su estructura en detalle se detectan deformaciones que rompen la reflexión especular propia de los TEMs canónicos en torno a determinados ejes. Sin embargo los patrones experimentales conservan simetría bajo rotación de π radianes, incluso aunque presenten importantes deformaciones. Esta característica afecta por igual a patrones de todos los medios activos y estados de emisión, con la única excepción de los patrones filamentados tras la transición orden-desorden. La capacidad de una distribución de intensidad de ser expresable en coordenadas cilíndricas con un factor del tipo $e^{il\psi}$ se asocia en los modos canónicos de Gauss-Laguerre y en los vórtices ópticos con la existencia de una fase helicoidal y de un momento angular orbital l [81, 149]. Sería muy interesante comprender qué proceso controla el mantenimiento de esta simetría de rotación y estudiar si los patrones transversos de láseres de gran apertura pueden desarrollar momento orbital de manera espontánea.

Apéndice A

Superposición de modos

En dispositivos mesoscópicos (como el nuestro) es habitual que varios modos oscilen simultáneamente. El comportamiento de cada modo estará ligado a la evolución del resto, tanto a través de mecanismos que faciliten un comportamiento uniformizado [59] como mediante interacciones de tipo competitivo (como ocurre con los quemados espaciales y espectrales). Incluso en ausencia de efectos que obliguen a los modos a desarrollarse de manera conjunta, la mera superposición de estas soluciones con distintas frecuencias produce resultados de enorme interés.

En general el campo eléctrico resultante de la superposición de N modos longitudinales (y adyacentes) como el recogido en la ecuación 2.88 es:

$$\mathbf{E}(z, t) = \Re \left[\sum_{q_1}^{q_N} \tilde{\mathbf{E}}_q e^{i(k_q z - \omega_q t + \phi_q)} \right] \quad (\text{A.1})$$

donde el rango de valores del subíndice q viene dado por el orden de los modos amplificados en la cavidad.

Como el rango de longitudes de onda con actividad óptica es mucho menor que la longitud óptica L de una cavidad láser macroscópica los valores de q serán muy altos, del orden de 10^5 . Es conveniente reescribir esta ecuación en términos de la frecuencia central de emisión $\bar{\omega}$, frecuencia que coincidirá con la de un modo sólo si el número total de modos longitudinales N es impar. La introducción de esta frecuencia, aparentemente artificiosa, permite continuar con el análisis de la superposición de modos sin pérdida de generalidad, así como despachar algunos cálculos con limpieza y prescindiendo de pasos intermedios. El índice correspondiente a esta frecuencia central $\bar{q} = \bar{\omega}/\Delta\omega = \bar{\omega}l/\pi c$ será un entero si N es impar y semientero si N es par, pues en ese caso $\bar{\omega}$ no se corresponderá con la frecuencia de ningún modo longitudinal.

$$\mathbf{E}(z, t) = \Re \left[e^{i\bar{\omega}(\frac{z}{c} - t)} \sum_{q'} \hat{\mathbf{E}}_{q'} e^{i[q'\Delta\bar{\omega}(\frac{z}{c} - t) + \phi_{q'}]} \right] \quad (\text{A.2})$$

donde $q' = q - \bar{q}$ es un índice que puede tomar valores negativos y positivos, y las nuevas amplitudes se obtienen mediante $\hat{\mathbf{E}}_{q'} = \tilde{\mathbf{E}}_q$. Expresado el campo de esta forma distinguimos dos componentes de comportamiento muy diferente; en primer lugar tenemos una onda portadora de rápida oscilación y frecuencia $\bar{\omega}$ y en segundo una envolvente formada por la superposición de ondas mucho más lentas ($\Delta\omega \ll \bar{\omega}$). En la subsección 2.4.1 exploraremos la intensidad total de salida asociada a este campo eléctrico en función de las amplitudes y fases de los distintos modos longitudinales.

Como ya se vio en la sección 2.3.1 la superposición de varios modos longitudinales adyacentes es expresable en términos de una onda portadora de alta frecuencia modulada por una envolvente más lenta (ecuación A.2). La forma general de esta envolvente es:

$$\mathbf{A}(z, t) = \sum_{q'} \hat{\mathbf{E}}_{q'} e^{i[q'\Delta\bar{\omega}(\frac{z}{c} - t) + \phi_{q'}]} \quad (\text{A.3})$$

Cuando no existe ninguna relación fija entre las fases y las amplitudes de los distintos modos el resultado de esta superposición es una emisión dominada por los modos más fuertes, que sufren correcciones debidas al resto de modos presentes. Los láseres multimodo normalmente presentan este comportamiento porque las fases relativas de los distintos modos no suelen mantener, de manera natural, una relación fija a lo largo del tiempo, y porque la curvatura de la curva de ganancia hace que no todos los modos de la cavidad sufran una amplificación pareja.

El siguiente caso se da cuando, aunque no se establece un acoplo en fase, la mayoría de los modos tienen la misma amplitud $\hat{\mathbf{E}}^0$. En esta situación el resultado es una emisión cuya intensidad fluctúa aleatoriamente en torno al valor medio de emisión $N|\hat{\mathbf{E}}^0|^2$, con un tiempo de correlación aproximado $\Delta t_c \simeq \frac{2L}{Nc}$ y un periodo de fluctuación igual a $T = \frac{2L}{c} = \frac{1}{\Delta\nu}$. Las irregularidades que se aprecian en este régimen de emisión pueden ser suficientemente profundas como para provocar que en ocasiones el campo eléctrico se anule.

Un caso particularmente interesante se da, por último, cuando los modos tienen la misma amplitud y se mantienen en fase ($\phi_{q'} = \phi_0 \forall q'$). Mientras se verifiquen ambas condiciones podemos escribir una nueva amplitud compleja que ha absorbido la fase sin variar su módulo:

$$\hat{\mathbf{E}}_0 = \hat{\mathbf{E}}_{q'} e^{i\phi_{q'}} \quad (\text{A.4})$$

y, en función de ella y de una solución levemente modificada del sumatorio de la serie geométrica:

$$\sum_{q'=a}^b f^{q'} = \frac{f^{b+1} - f^a}{f - 1} = \frac{f^{b+\frac{1}{2}} - f^{a-\frac{1}{2}}}{f^{\frac{1}{2}} - f^{-\frac{1}{2}}} \quad (\text{A.5})$$

escribimos la amplitud de la envolvente:

$$A(z, t) = \hat{\mathbf{E}}_0 \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} e^{iq'\Delta\bar{\omega}(\frac{z}{c}-t)} = \hat{\mathbf{E}}_0 \frac{\sin[\frac{N\Delta\omega}{2}(\frac{z}{c}-t)]}{\sin[\frac{\Delta\omega}{2}(\frac{z}{c}-t)]} \quad (\text{A.6})$$

El denominador de esta envolvente se anula en los puntos en los que $\frac{\Delta\omega}{2}(\frac{z}{c}-t) = u\pi$ con $u \in \mathbb{Z}$. Afortunadamente el campo resultante no diverge porque el numerador también se anula. Empleando la regla de l'Hôpital obtenemos que la amplitud de la envolvente en estos puntos es:

$$A|_{\frac{\Delta\omega}{2}(\frac{z}{c}-t)=n\pi} = (-1)^{n+N} \hat{\mathbf{E}}_0 N \quad (\text{A.7})$$

con lo que la intensidad de la radiación láser presentará máximos de intensidad iguales a $|\hat{\mathbf{E}}_0|^2 N^2$, que son N^2 veces más energéticos que la intensidad individual de cada uno de los diferentes modos longitudinales y N veces más potentes que la intensidad media emitida por el láser a lo largo de un ciclo completo. En la figura 2.9 de la página 58, que muestra el perfil temporal de emisión de un láser en el que

5 modos están bloqueados en fase, se puede comparar la intensidad resultante en términos de la intensidad de cada modo individual.

A partir de la condición de nulidad del denominador se puede calcular el tiempo T entre picos de emisión para un punto dado:

$$\left(\frac{z}{c} - t\right) = \frac{2n\pi}{\Delta\omega} = \frac{2nL}{c} \rightarrow T|_{z=cte} = \frac{2L}{c} = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (\text{A.8})$$

Estos máximos, como se comentó en la subsección 2.4.1, ocurrirán regularmente cada $2L/c$, el tiempo que necesita un fotón para completar una vuelta a la cavidad resonante. El ancho a media altura de estos máximos también es fácil de calcular. Entre pico y pico de emisión el numerador de la ecuación A.6 se anula N veces o, lo que es lo mismo, se anula cada $T/N = 2L/Nc$. En los máximos de la amplitud el numerador presenta un cero que es contrarrestado, como acabamos de ver, por el cero del denominador, por lo que entre los dos ceros que acotan un pico de emisión transcurrirá un tiempo $4L/Nc$, siendo su anchura a media altura aproximadamente $\Delta t_{h/2} \simeq 2L/Nc$, que coincide con el tiempo de correlación para el caso en el que se superponen distintos modos longitudinales cuya relación de fases no se mantiene.

Apéndice B

Oscilaciones de relajación

Una de las características más representativas de los láseres de clase B, en los que el tiempo de decaimiento de la inversión de población es mayor que el del campo eléctrico (y de la polarización), es la exhibición de oscilaciones de relajación cuando el bombeo crece de forma brusca [23, 150]. Estas rápidas variaciones de la intensidad emitida se atenúan hasta converger en los niveles de emisión estabilizada del láser si el tiempo de bombeo es suficientemente largo (en nuestro sistema, un láser pulsado, esta estabilización no llega a ocurrir nunca). Las oscilaciones más pronunciadas y lentas (en ocasiones en el rango de los kilohercios) son típicas de los láseres de estado sólido basados en matrices aislantes, mientras que los láseres de semiconductores frecuentemente muestran oscilaciones mucho más rápidas (en el orden de los gigahercios) pero también mucho más amortiguadas. En el extremo opuesto los láseres de clase A, en los que el decaimiento de la inversión de población es más rápido que el del campo, exhiben una relajación exponencial hacia el estado de equilibrio conocida como sobrearmortiguamiento.

Para explicar este fenómeno basta con emplear una versión muy simplificada de las ecuaciones de balance desarrolladas en la sección 2.2:

$$\frac{\partial d(t)}{\partial t} = r - \gamma_{\parallel} d(t) - k d(t) q(t) \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial q(t)}{\partial t} = f \gamma_{\parallel} d(t) - \kappa q(t) + k' d(t) q(t) \quad (\text{B.2})$$

donde que $d(t)$ es la inversión de población, $q(t)$ es el número de fotones en la cavidad (proporcional, por tanto, a la intensidad del campo eléctrico láser), r es el bombeo, γ_{\parallel} es la constante de decaimiento de la inversión de población, κ la del campo eléctrico y k, k' son constantes que reflejan la eficiencia de la emisión estimulada¹. Por último f es la contribución del ruido cuántico, la fracción de la inversión de población que se relaja radiativamente, y depende de las características espectrales del medio activo y de la eficiencia cuántica de la luminiscencia.

Como se puede apreciar estas ecuaciones presentan algunas discrepancias con las ecuaciones de balance desarrolladas en 2.2.3. El presente se trata de un sistema no adimensionalizado en el que ya se ha practicado la aproximación adiabática para eliminar la polarización y en el que ninguna magnitud presenta dependencia espacial de ningún tipo. Dicho de otro modo: es el sistema que recoge el funcionamiento de un láser ideal de un sólo punto, pues incluso un láser enormemente homogéneo sufrirá efectos difractivos que este sistema no recoge. Otra particularidad es la aparición del bombeo como un término aislado, discrepancia estética pero no funcional². También es destacable la sustitución de la amplitud de campo eléctrico por la intensidad del mismo. Estas modificaciones (especialmente las referidas a los grados de libertad

¹En concreto $k = \sigma_{21}c$, para un láser de 4 niveles, y $k' = \frac{hc\sigma_{21}}{L}$, donde σ_{21} es la sección eficaz de la transición desde el nivel 2 al 1, h es la longitud del medio activo y L es la longitud óptica de la cavidad.

²Si en la ecuación 2.29 tomamos como γ_{\parallel} efectiva la cantidad $R + \gamma_{\parallel}$ obtenemos inmediatamente una expresión equivalente a B.1 antes de la aproximación adiabática, con el término de bombeo actuando como un aporte constante a la inversión de población.

espaciales desaparecidos) vienen impuestas por la necesidad de trabajar con un sistema del que se puedan obtener soluciones analíticas sencillas.

En estos términos la génesis de un pico es relativamente fácil de explicar. Cuando comenzamos a bombear el láser partimos de $d(0) \simeq 0 \simeq q(0)$, despreciando la inversión de población residual debida a excitación térmica y por lo tanto los fotones del ruido cuántico, proporcionales a $d(t)$ ³. La inversión de población empieza a crecer a un ritmo R sin que se produzcan apenas fotones hasta que $\partial q(t)/\partial t$ se hace positiva (f suele tener valores muy reducidos). A partir de ese instante y mientras se cumpla $r > d(t)(\frac{k}{\kappa}q(t) + \frac{\gamma_{II}}{\kappa})$, el número de fotones crecerá de manera exponencial, pues la inversión seguirá aumentando. Los fotones se encontrarán un medio activo muy rico en inversión de población pero su rápido ritmo de creación hará que pronto su densidad supere el valor de equilibrio que tendrían para un bombeo dado, por lo que empezarán a consumir más inversión de población de la que el bombeo es capaz de suministrar. El medio se agotará rápidamente, conduciendo a una interrupción de la emisión estimulada que puede ser tan brusca como para que la intensidad vuelva a ser casi despreciable. Cuando el número de fotones sea tan bajo que la inversión de población pueda volver a acumularse el proceso comenzará de nuevo, esta vez de un modo algo menos brusco dado que en cada ciclo existen más fotones intracavitarios (o una semilla más fuerte) cuando la inversión comienza a crecer que en el anterior, por lo que el aprovechamiento de la inversión es más temprano y su consumo menos brusco. Dependiendo de las constantes del problema nos encontraremos con un número variable de picos aislados, entre los cuales la emisión es prácticamente despreciable, antes de que las variaciones de inversión y campo pierdan virulencia, momento en el que el campo láser dejará de anularse entre picos y pasaremos del *spiking* a las oscilaciones de relajación propiamente dichas, variaciones rápidas de las intensidad centradas en un valor asintótico de equilibrio al que se irán acercando si el bombeo se mantiene constante.

Por lo tanto, transcurridos varios ciclos de acumulación-descarga cada vez más amortiguados, un láser descrito por estas dos ecuaciones se estabilizará, manteniéndose la inversión de población en su nivel umbral. Del mismo modo, el número de fotones se volverá constante y toda la potencia del bombeo será convertida en radiación láser. La demostración rigurosa de esta mecánica pasa por el análisis de estabilidad de una solución estacionaria y con $q \neq 0$ para las ecuaciones B.1 y B.2. En este sistema tan sencillo, en el que no existe dependencia espacial alguna, ambas ecuaciones acopladas de manera no lineal presentan dependencias de tiempos de decaimiento que, como hemos comentado, difieren en magnitud entre sí. A pesar de su simplicidad es posible emplear este modelo para calcular con notable precisión tanto la frecuencia de las oscilaciones de relajación (o del *spiking*) como el tiempo que tarda en estabilizarse un láser cuyo bombeo arranca bruscamente. También se puede emplear este sistema para estimar el comportamiento de las oscilaciones de relajación de un láser pulsado, siempre y cuando el tiempo de bombeo sea suficien-

³Hay que recordar que en un átomo de 4 niveles propicio para la autoamplificación láser ($\gamma_{32}, \gamma_{10} \gg \gamma_{21}$) la densidad de inversión de población en equilibrio termodinámico será aproximadamente nula. Por el contrario en un átomo de 3 niveles la densidad de inversión en equilibrio será muy próxima a -1 .

temente largo en comparación con el periodo de estas oscilaciones. Como ya ocurrió con los modos propios de la cavidad, nos encontramos con que cálculos basados en sistemas de onda continua mantienen buena parte de su validez al ser aplicados a láseres pulsados (como el empleado en los trabajos que componen esta tesis).

Además de la solución homogénea (d , q y r nulos) existe una solución analítica de gran simplicidad, denominada solución no-láser en el umbral. En esta situación existe inversión de población y bombeo, pero no emisión ($q(t) = 0$). Como es una solución estacionaria B.1 y B.2 son nulas, lo que permite escribir los valores en el umbral del bombeo y de la inversión de población. Antes es recomendable escalar el tiempo t en función de κ definiendo la variable adimensionalizada $T \equiv \kappa t$. Así, reescribiendo las derivadas temporales con $\partial/\partial t = \kappa(\partial/\partial T)$, obtenemos:

$$\frac{\partial d}{\partial T} = \frac{r}{\kappa} - \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} d - \frac{k}{\kappa} dq \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial q}{\partial T} = \frac{f\gamma_{\parallel}}{\kappa} d - q + \frac{k'}{\kappa} dq \quad (\text{B.4})$$

donde hemos dejado de escribir la dependencia temporal explícita de $d(t)$ y $q(t)$ para aligerar la notación. Para obtener los valores umbrales anulamos estas dos últimas ecuaciones, tomamos $q = 0$, despreciamos los términos con $f \ll 1$ y despejamos $d_u = \kappa/k'$ y $r_u = \gamma_{\parallel}\kappa/k'$. Para adimensionalizar las ecuaciones B.1 y B.2 normalizamos la inversión de población y el bombeo con sus valores umbrales. Hacemos lo propio con la densidad de fotones empleando la densidad efectiva de fotones Q :

$$R = \frac{r}{r_u} = \frac{k'}{\gamma_{\parallel}\kappa} r \quad (\text{B.5})$$

$$D = \frac{d}{d_u} = \frac{k'}{\kappa} d \quad (\text{B.6})$$

$$Q = \frac{k}{\kappa} q \quad (\text{B.7})$$

Como la normalización se ha hecho a partir de los valores en el umbral, la solución no-láser será el punto en el espacio de fases con coordenadas $R = 1$, $D = 1$ y $Q = 0$. Las ecuaciones de balance normalizadas son:

$$\frac{\partial D}{\partial T} = \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} R - \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} D - DQ \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = f \frac{k}{k'} \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} D - Q + DQ \quad (\text{B.9})$$

Antes de continuar podemos hacer un repaso de los términos presentes en este sistema tan simplificado, dependiente únicamente del cociente de los ritmos de decaimiento de cada magnitud, del cociente entre las constantes de absorción y emisión estimuladas y del bombeo. El único término que alimenta la inversión de población D

es el debido al bombeo externo, pues tanto el término acoplado como el término debido a la desexcitación espontánea (no radiativa) consumen inversión. La intensidad del campo o densidad de fotones, por otro lado, sólo disminuye como consecuencia del término $-Q$, el decaimiento natural cuyo tiempo propio ha sido absorbido por la adimensionalización de la variable temporal. Contribuyen a la creación de fotones el término acoplado y la aportación espontánea al campo de la inversión de población, dependiente de f . Cuando no existe intensidad láser sólo este término de ruido cuántico suministra fotones. En presencia de un campo láser, por otro lado, esta semilla se vuelve pronto insignificante, por lo que a la hora de realizar un estudio de estabilidad de soluciones de este sistema de ecuaciones despreciaremos este último sumando.

Para estimar la frecuencia y el tiempo de amortiguamiento de las oscilaciones de relajación estudiamos la estabilidad de otra solución estacionaria (ecuaciones B.8 y B.9 iguales a cero) pero con $Q \neq 0$, imponiendo sobre el bombeo únicamente la condición de que sea constante, pues será quien fije los valores de estabilidad de las otras magnitudes. Esta hipótesis, que implícitamente nos ha acompañado desde el inicio de esta sección, no impide emplear bombeos variables en el tiempo a la hora de integrar numéricamente las ecuaciones de balance, siempre y cuando las variaciones de esta magnitud sean suficientemente lentas con respecto a $1/\gamma_{\parallel}$ ⁴. El valor de equilibrio de la inversión de población será $D_0 = 1$, independientemente del bombeo, y el de la densidad de fotones $Q_0 = \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa}(R - 1)$. Así, para un bombeo normalizado mayor que la unidad (y por lo tanto un bombeo superior al umbral) esta solución consiste en que la inversión se mantiene estable en el valor umbral y la densidad de fotones es proporcional al bombeo sobrante por encima de la unidad. Parte de la energía suministrada al láser se invierte en mantener la inversión en el valor umbral y la sobrante es convertida en radiación láser, sin que se produzca una acumulación de inversión en el medio activo.

Escogemos como punto fijo esta solución estacionaria y añadimos pequeñas cantidades a cada magnitud para estudiar la estabilidad de la solución:

$$D = D_0 + d_1 = 1 + d_1 \quad (\text{B.10})$$

$$Q = Q_0 + q_1 = \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa}(R - 1) + q_1 \quad (\text{B.11})$$

Introduciendo estas soluciones en B.8 y B.9 y sabiendo que las derivadas temporales de las magnitudes totales son iguales a la derivadas de los incrementos, pues los puntos fijos tienen valor constante, podemos escribir:

$$\frac{\partial d_1}{\partial T} = -\frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} R d_1 - q_1 \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial q_1}{\partial T} = \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} (R - 1) d_1 \quad (\text{B.13})$$

⁴Y por lo tanto lentas también con respecto a $1/\kappa$, que en un láser de clase B es menor que $1/\gamma_{\parallel}$.

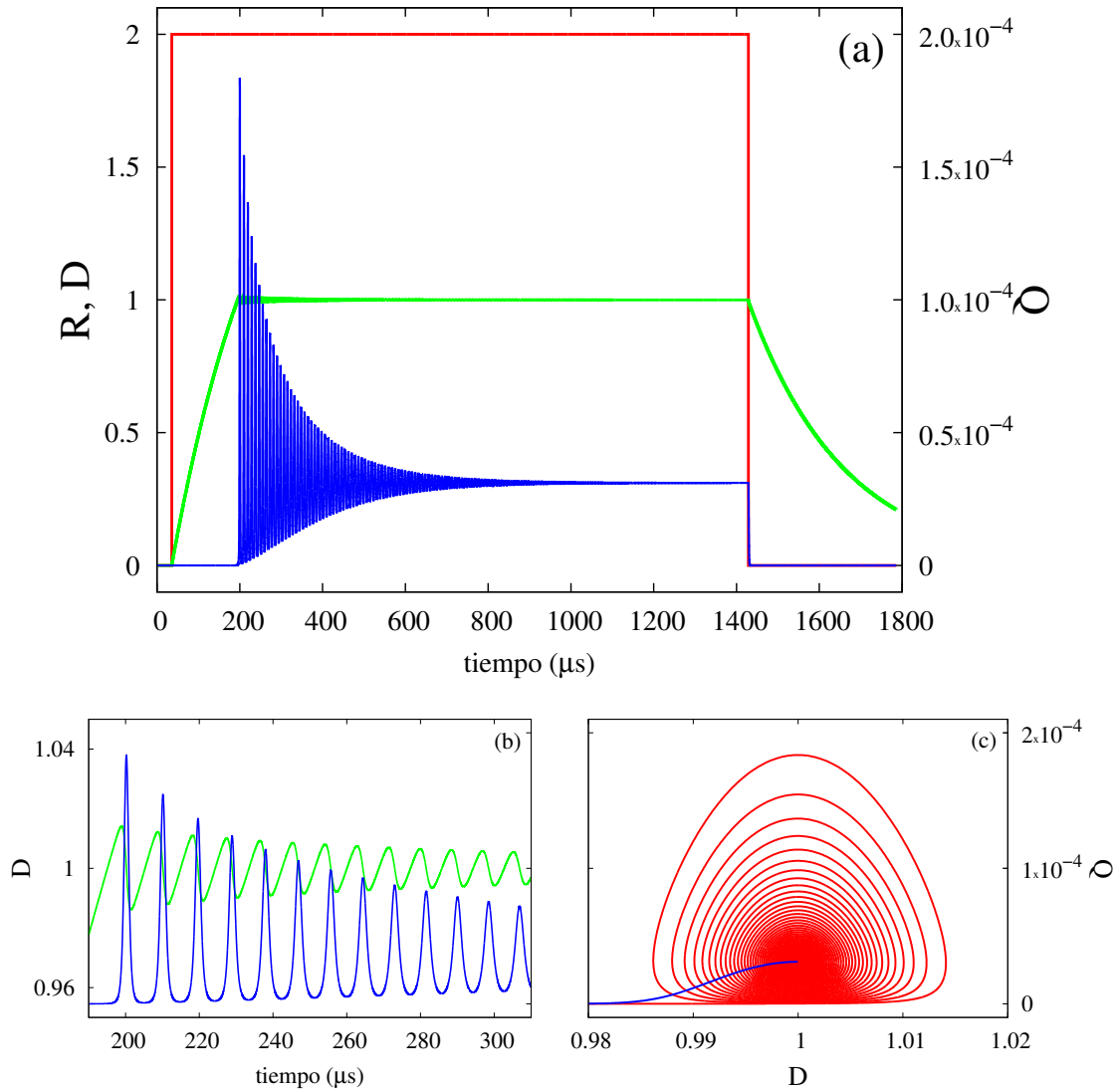


Figura B.1: Simulación numérica construida a partir de las ecuaciones B.8 y B.9. Los valores empleados son los propios del Nd:YAG: $\gamma_{\parallel} = 4,35 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ y $\kappa = 1,4 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$. El bombeo normalizado es $R = 2$ y el eje de abscisas recoge el tiempo en microsegundos, reconstruido deshaciendo la normalización $t \rightarrow T$ basada en κ y teniendo en cuenta el tamaño del paso temporal, que en este caso es de 10^{-3} . (a) Inversión de población D (verde) y densidad de fotones emitidos Q (azul) de un láser de clase B cuando el bombeo R (rojo) comienza bruscamente. Como el bombeo es constante las oscilaciones de relajación convergen hacia los valores de equilibrio (D_0, Q_0) . Nótese como, tras apagarse el bombeo, la densidad de fotones se anula más rápidamente que la inversión de población acumulada en el medio activo. (b) Ampliación de los primeros pulsos de salida. (c) Diagrama de fases de esta simulación, en el que se puede apreciar la oscilación convergente hacia el atractor de equilibrio (trazo rojo), así como la relajación del sistema una vez apagado el bombeo (trazo azul).

donde se han despreciado los términos cuadráticos ($d_1 q_1 \simeq 0$) y el término de emisión espontánea, resultando un sistema lineal cuya matriz de Lyapounov [30] es:

$$\frac{\partial}{\partial T} \begin{pmatrix} d_1 \\ q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} R & -1 \\ \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} (R-1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ q_1 \end{pmatrix} = \mathcal{L} \begin{pmatrix} d_1 \\ q_1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.14})$$

Las soluciones a este sistema tendrán la forma general:

$$\begin{bmatrix} d_1(T) \\ q_1(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1(0) \\ q_1(0) \end{bmatrix} e^{\lambda T} \quad (\text{B.15})$$

donde λ son los exponentes de Lyapounov, autovalores complejos de la matriz \mathcal{L} . Empleando $0 = |\mathcal{L} - \lambda \mathcal{I}|$ se obtiene:

$$\lambda = -\frac{\gamma_{\parallel}}{2\kappa} R \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa} R\right)^2 - \frac{4\gamma_{\parallel}}{\kappa} (R-1)} \quad (\text{B.16})$$

La parte real de λ es negativa, lo que implica que la solución estacionaria es estable y que un sistema perturbado próximo a esta solución tenderá asintóticamente a ella. Así, la parte real nos proporcionará la inversa del tiempo de convergencia hacia la solución estacionaria y la compleja la frecuencia de las oscilaciones alrededor de esta solución. Debemos invertir la adimensionalización del tiempo $t = T/\kappa$ para despejar la constante de amortiguamiento y la frecuencia angular:

$$\kappa \lambda = \gamma \pm i\omega = -\frac{\gamma_{\parallel}}{2} R \pm i \sqrt{\gamma_{\parallel} \kappa (R-1) - \left(\frac{\gamma_{\parallel}}{2} R\right)^2} \quad (\text{B.17})$$

Finalmente obtenemos la frecuencia f_{or} de estas oscilaciones en torno a la solución de equilibrio:

$$f_{or} = \frac{\gamma_{\parallel}}{4\pi} \sqrt{4 \frac{\kappa}{\gamma_{\parallel}} (R-1) - R^2} \quad (\text{B.18})$$

que impone que:

$$\kappa/\gamma_{\parallel} > R^2/4(R-1) \quad (\text{B.19})$$

para que aparezcan las oscilaciones de relajación en torno a la solución estacionaria. En el caso de que esta desigualdad no se cumpla el sistema presentará un comportamiento conocido como sobreamortiguación, consistente en que apenas la inversión supere el valor umbral el sistema evolucionará rápidamente y sin oscilaciones hasta el punto de equilibrio (D_0, Q_0) .

Como vemos en la ecuación B.17 la constante de amortiguamiento γ es directamente proporcional al bombeo normalizado, de manera que cuanto mayor sea el bombeo antes se alcanzará el estado estacionario de equilibrio, siempre y cuando se respete la inecuación B.19. Por otro lado el cociente entre f_{or} y $-\gamma$ nos dará el

número esperado de oscilaciones de relajación para el encendido de un láser definido por su cociente $\gamma_{\parallel}/\kappa$ y en el que el bombeo pasa abruptamente de 0 a un valor constante de operación R . Este número de oscilaciones \mathcal{N} será, aproximadamente:

$$\mathcal{N} = \frac{f_{or}}{-\gamma} = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{4 \frac{\kappa}{\gamma_{\parallel}} (R-1) - R^2} \simeq \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\kappa}{\gamma_{\parallel}} \frac{(R-1)}{R^2}} \quad (\text{B.20})$$

cuando la condición B.19 se cumpla holgadamente. Como la función $\sqrt{(R-1)/R^2}$ tiene un valor máximo de $1/2$ en $R = 2$, el número máximo de oscilaciones que presentará un láser tras un encendido en el que el bombeo pase de 0 al doble del valor umbral de emisión será, aproximadamente:

$$\mathcal{N}_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa}{\gamma_{\parallel}}} \quad (\text{B.21})$$

Las oscilaciones de relajación, como muchas otras inestabilidades, proporcionan información muy valiosa sobre los sistemas láser. A partir de mediciones de la intensidad de salida del láser y empleando la ecuación B.17 se pueden calcular los ritmos de decaimiento γ_{\parallel} y κ (y a través de ellos los tiempos propios de evolución de la inversión de la población y de la intensidad del campo eléctrico) siempre y cuando se conozca el bombeo normalizado R , un parámetro de fácil y rápida determinación. La constante γ se obtiene a partir de las oscilaciones de relajación experimentales midiendo $\tau_{\gamma} = -\gamma^{-1}$, el tiempo en el que la amplitud de la envolvente de las oscilaciones disminuye en un factor e . A partir de esta constante y del bombeo el ritmo de decaimiento de la inversión de población es:

$$\gamma_{\parallel} = -\frac{2\gamma}{R} \quad (\text{B.22})$$

Determinados experimentalmente R , γ y ω y calculado γ_{\parallel} es inmediato despejar:

$$\kappa = \frac{\gamma^2 + \omega^2}{2\gamma - \gamma_{\parallel}} = \frac{\gamma^2 + \omega^2}{2\gamma(1 + \frac{1}{R})} \quad (\text{B.23})$$

Además de estas constantes rectoras de las ecuaciones de balance, que hemos introducido de manera muy fenomenológica, el estudio de las oscilaciones de relajación permite acceder a magnitudes más internas de la dinámica láser. Para plantear el sistema de ecuaciones que nos ha permitido obtener una expresión para las oscilaciones de relajación no hemos necesitado estudiar la autoamplificación de la radiación láser en términos de la ganancia en pequeña señal o de las pérdidas, pues hemos englobado estos fenómenos dentro de los ritmos de decaimiento. Sin embargo podemos despejar ahora las relaciones entre unas y otras magnitudes.

El coeficiente de pérdidas debido a pérdidas internas α_i es, por ejemplo, una magnitud muy importante a la hora de diseñar y modificar un sistema láser, a la vez que una constante de difícil determinación. Empleando la notación delta de

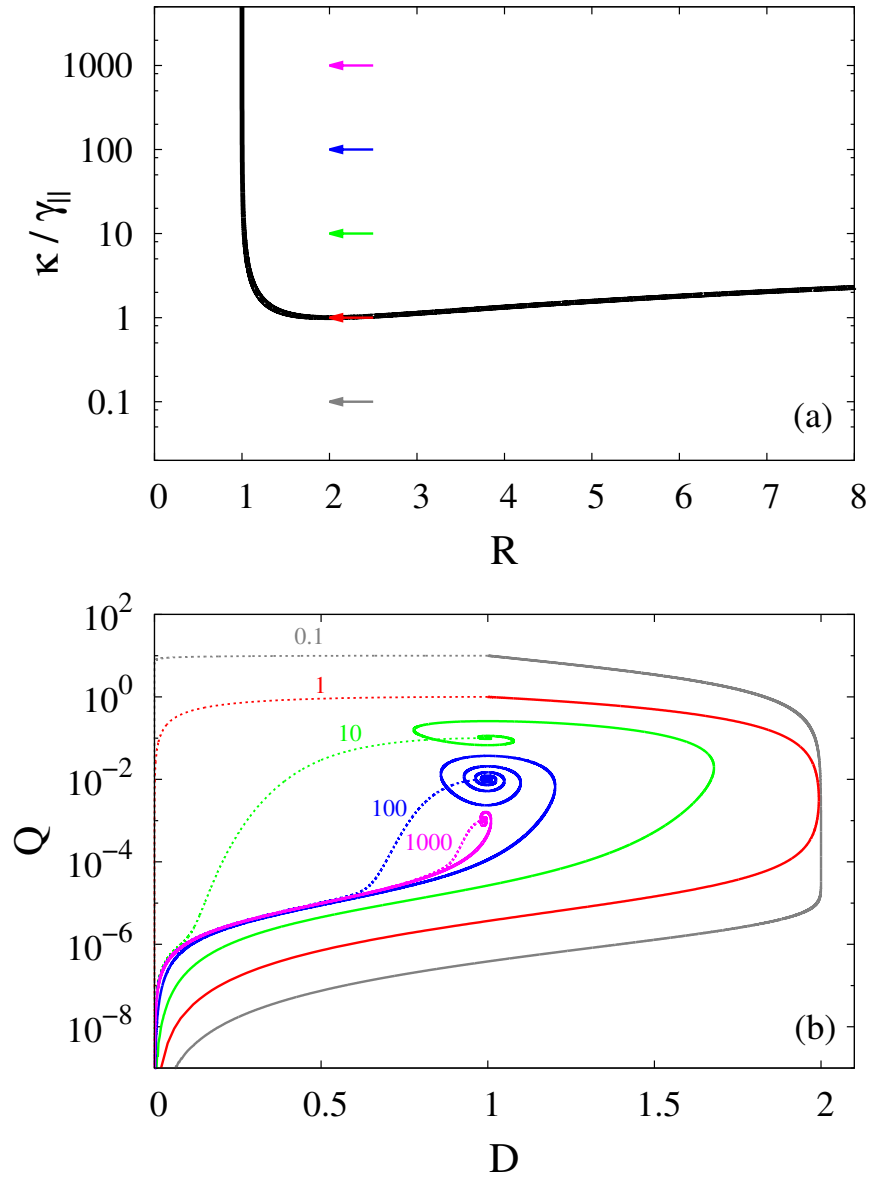


Figura B.2: (a) Representación gráfica de la condición B.19. Los sistemas situados por encima de la curva verifican la desigualdad y mostrarán oscilaciones de relajación; los situados en la línea o por debajo exhiben el fenómeno de sobreamortiguación, tendiendo rápidamente a alcanzar el punto de equilibrio (D_0, Q_0) incluso cuando el bombeo comienza de golpe. (b) Espacio de fases de distintos sistemas, caracterizados por su cociente $\frac{\kappa}{\gamma_{\parallel}}$. El bombeo de todos ellos es $R = 2$. Una vez apagado el bombeo el trayectoria de relajación se representa con trazo discontinuo.

Siegmann, las pérdidas totales de la cavidad δ_c equivalen a la suma de las pérdidas internas por absorción $\delta_i = \alpha_i h$, donde h es la longitud del medio activo, y las pérdidas en el acoplador $\delta_{oc} = \ln[1/(1 - \mathcal{T}_{ac})] = -\ln \mathcal{R}$, donde \mathcal{T}_{ac} es la transmitancia del acoplador, \mathcal{R} su reflectancia y se ha asumido que el espejo trasero es un reflector total (y por lo tanto la reflectancia total de la cavidad es la del acoplador). El tiempo de vida del fotón en la cavidad τ_c es el cociente entre el tiempo $\mathcal{T}_R = L/c$ que necesita un fotón para recorrer una cavidad de longitud óptica L y el coeficiente de pérdidas totales. A través de su relación con la constante de decaimiento del campo $\tau_c = \kappa^{-1}$ podemos escribir:

$$\frac{1}{\kappa} = \tau_c = \frac{\mathcal{T}_R}{\delta_c} = \frac{L}{c(\alpha_i h - \ln \mathcal{R})} \quad (\text{B.24})$$

por lo que conociendo τ_c y propiedades de los componentes del láser fáciles de determinar (cuando no directamente proporcionadas por los fabricantes) se puede obtener el coeficiente de pérdidas internas como:

$$\alpha_i = \frac{1}{h} \left(\frac{L}{c\tau_c} + \ln \mathcal{R} \right) \quad (\text{B.25})$$

Otra variable de difícil medición es el coeficiente de ganancia en pequeña señal, que en la notación delta de Siegmann se representa por δ_g , siendo la ganancia de pequeña señal $G = e^{\delta_g}$. Como apuntaba Weingarten en 1994 [23] la medición de la frecuencia de las oscilaciones de relajación permite calcular este coeficiente de un modo muy sencillo, en contraste con el método basado en obtener δ_g a base de estudiar el umbral del láser cuando se emplean distintos acopladores (método que, además de ser lento y notablemente dependiente de la alineación de cada configuración, es impracticable en láseres en los que el acoplador está unido al medio activo, como por ejemplo en láseres de estado sólido con caras espejadas). En esta notación se puede expresar el bombeo normalizado como el cociente entre los coeficientes de ganancia y pérdidas ($R = \frac{\delta_g}{\delta_c}$) y reescribir la ecuación B.18 como:

$$f_{or} \simeq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(\delta_g - \delta_c)\gamma_{\parallel}}{\mathcal{T}_R}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\delta_g - \delta_c}{\mathcal{T}_R \tau_{21}}} \quad (\text{B.26})$$

donde se ha empleado la primera igualdad de B.24, se ha despreciado (una vez más) el término $-R^2$ de la raíz de B.18 al asumirse que se verifica holgadamente la inecuación B.19 y se ha recuperado el tiempo de decaimiento de la inversión de población del nivel 2 al 1 $\tau_{21} = \gamma_{\parallel}^{-1}$ (ver 2.2.2). A partir de esta expresión se despeja el coeficiente de ganancia insaturada:

$$\delta_g = (2\pi f_{os})^2 \mathcal{T}_R \tau_{21} + \delta_c \quad (\text{B.27})$$

Apéndice C

Alineación

Durante la operación de nuestro láser (especialmente en régimen de pulso corto) la fuerte descarga de bombeo provoca vibraciones que desalinean paulatinamente los reflectores que cierran la cavidad resonante. En laboratorios no climatizados a este efecto se suma, además, la desalineación como resultado de los ciclos de dilatación-contracción del equipo expuesto a una temperatura ambiental variable. La alineación de dispositivos como el nuestro es, por lo tanto, una tarea tan importante como rutinaria.

El objetivo de la alineación no es sólo conseguir emisión láser; de hecho los medios activos empleados en los trabajos recogidos en esta memoria presentan una ganancia tan alta que pueden lasear incluso cuando las pérdidas de la cavidad son relativamente altas. Una buena alineación es deseable desde el punto de vista operativo porque implica que se ha minimizado la desalineación remanente de la cavidad, de manera que la ruptura de la simetría cilíndrica del dispositivo no será tan drástica como para condicionar la dinámica transversa del dispositivo. Además, cuanto mejor sea la alineación menor será el voltaje umbral, con lo que se podrán alcanzar regímenes de operación caracterizados por un parámetro de bombeo mayor sin forzar el dispositivo.

La correcta alineación del láser es un procedimiento de enorme importancia en el que generalmente se tienen que invertir los primeros esfuerzos de cualquier sesión de adquisición de datos. Lo rutinario de esta operación no debe empujar a tomarse esta fase como un mero trámite; alinear adecuadamente un láser requiere no sólo cierta experiencia, sino bastante atención, y la necesidad de repetir este proceso frecuentemente aporta la posibilidad de acumular datos sobre el sistema experimental que permiten conocer el grado de envejecimiento de determinados componentes fundamentales, como el medio activo o las lámparas de descarga. Esta operación, por lo tanto, debe abordarse de manera metódica y regular.

En nuestro sistema experimental empleamos un láser continuo de He-Ne coaxial al medio activo para iniciar la alineación de la cavidad resonante. Como la totalidad de los elementos ópticos que componen nuestro láser son bastante transparentes a la luz de $\lambda = 633$ nm del He-Ne, el haz atraviesa el sistema de parte a parte sufriendo reflexiones de poca magnitud. Los tenues reflejos que se producen en cada superficie son dirigidos, por medio de un divisor de haz, hasta una pantalla. En ella se hacen coincidir los distintos reflejos hasta obtener una alineación suficiente como para que el sistema lasee a un voltaje de entre 600 y 900 V, según la configuración.

La correcta posición del láser de alineación es muy importante. Dado que el único elemento del sistema que no puede orientarse es el medio activo situado en el interior de la cámara de bombeo (véase C.1) lo ideal es situar el láser de He-Ne tan paralelo al medio activo como sea posible, buscando a continuación un buen centrado. La montura del He-Ne tiene seis tornillos micrométricos que permiten controlar su posición y orientación, pero como cada tornillo provoca simultáneamente un giro y un desplazamiento del haz en ocasiones conseguir simultáneamente un buen centrado y un buen paralelo no es posible; en estos casos ha de primar el paralelismo sobre el centrado.

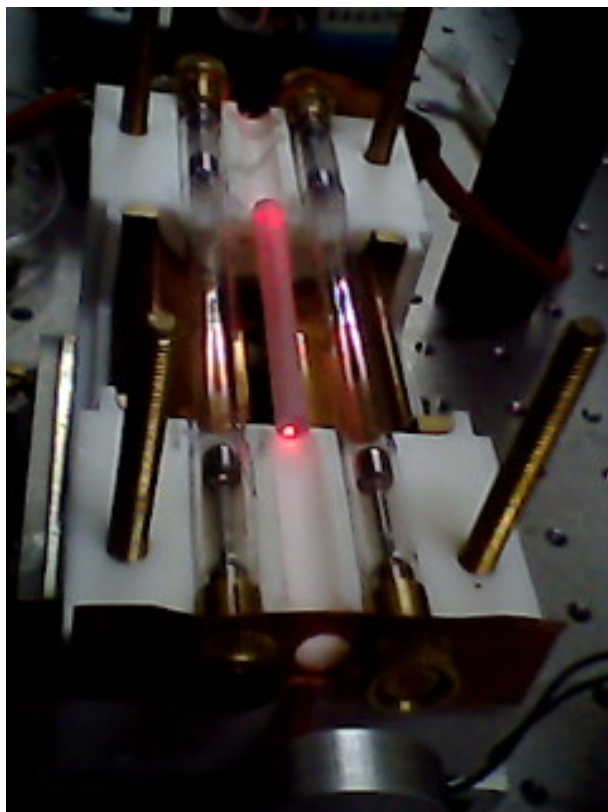


Figura C.1: Cavity de bombeo abierta durante la alineación del láser de He-Ne. Aunque el láser de alineamiento y el medio activo están suficientemente paralelos el centrado todavía no es adecuado. Esta operación se realiza sólo cuando el láser de He-Ne o el chasis del láser son reposicionados, pues la alineación entre estas piezas no se degrada durante la operación normal del láser, como sí ocurre con la de los reflectores.

Una vez conseguida la emisión se apaga el láser de He-Ne y se perfecciona la alineación dirigiendo el disparo a una termopila que mide la energía total irradiada. Para aumentar esta cantidad se actúa sobre los tornillos micrométricos que orientan los espejos del láser. Este proceso es lento y frágil, pues en ocasiones se producen importantes retrocesos en el proceso de optimización. Durante esta fase el procedimiento consiste en realizar un disparo, anotar la energía obtenida, manipular uno de los micrométricos (anotando también en qué sentido se ha ajustado) y volver a disparar. A veces la variación de energía producida tras actuar sobre el micrométrico es tan grande que es recomendable disparar varias veces, pues los primeros disparos tras variar sensiblemente la orientación de un espejo generalmente son más energéticos que los disparos idénticos subsiguientes. Cuando se obtiene un aumento persistente de energía se repite la actuación sobre el tornillo, mientras que cuando se produce una disminución se revierte el último ajuste. Llegado cierto punto se localizan máximos locales que no es posible superar, por lo que se retoca el dispositivo para centrarlo tanto como sea posible en esta zona y después se continúa con este proceso, actuando sobre un tornillo distinto.

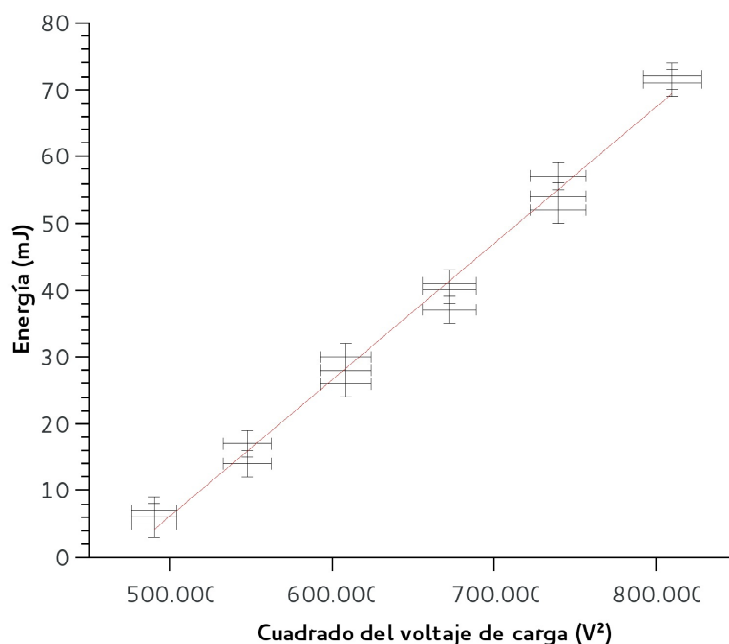


Figura C.2: Ejemplo de ajuste lineal de datos experimentales calculado mediante *QtiPlot*. Los datos se han obtenido operando en régimen de pulso corto un láser pulsado con medio activo de Nd:YAG, un reflector total de 10 m de radio y un acoplador con una reflectancia del 70 %. A partir del ajuste (que tiene un factor $R^2 = 0,992$) se obtiene un voltaje umbral de 685 ± 25 V, muy por encima de los 470 V que tenía este medio activo al principio de su vida útil.

Una vez se ha completado este procedimiento para todos los tornillos, se compara la energía obtenida con la máxima energía registrada en sesiones anteriores y bajo condiciones similares. Si se considera que el láser todavía podría proporcionar una salida más energética se vuelve a empezar evitando actuar sobre los tornillos en el mismo orden que en la etapa anterior, pues seguir siempre el mismo orden puede provocar que optimicemos la emisión alrededor a un máximo local. Como los tornillos se alinean de uno en uno, la optimización de salida de cada uno corresponde a la posición en la cual compensan mejor la desalineación del resto de grados de libertad, no al punto en el que su propia alineación es mejor. Un ejemplo de esta situación se da cuando partimos de una posición en la que ambos espejos están muy paralelos entre sí, pero muy poco con respecto al medio activo; podemos llegar a alinear tan perfectamente los dos espejos que cualquier corrección de los micrométricos se traduzca en una reducción de la energía de emisión, incluso cuando esta actuación esté mejorando la alineación entre el reflector y el medio activo.

Una vez alcanzada la máxima energía de emisión posible se realizan varios disparos a distintos voltajes, anotándose las energías de emisión. Como la relación entre la energía láser emitida y la energía eléctrica suministrada al dispositivo es constante en primera aproximación, los pares *energía-voltaje al cuadrado* se correlacionan mediante un ajuste lineal que permite determinar el voltaje umbral, el mayor voltaje para el cual la energía de emisión es nula (véase la figura C.2). Es recomendable

mantenerse a voltajes relativamente bajos, pues en la práctica la proporcionalidad entre la energía suministrada y la radiada sólo se mantiene en las proximidades del voltaje umbral. La tabla C.1, construida a partir de los datos representados en la figura C.3, muestra como la incorporación de pares de datos a un voltaje demasiado alto parece mejorar los resultados (pues el factor de ajuste R^2 se aproxima más a la unidad y ΔV_U se reduce) cuando en realidad el voltaje umbral calculado de esta forma es erróneo al no coincidir con el experimental en el rango determinado por su error. Este tipo de comprobaciones son posibles sólo en régimen de pulso largo: cuando bombeamos con pulsos relativamente suaves y alargados el voltaje umbral del láser crece por encima del voltaje de destello de las lámparas (situado alrededor de los 600 V) y por lo tanto podemos determinarlo de manera directa.

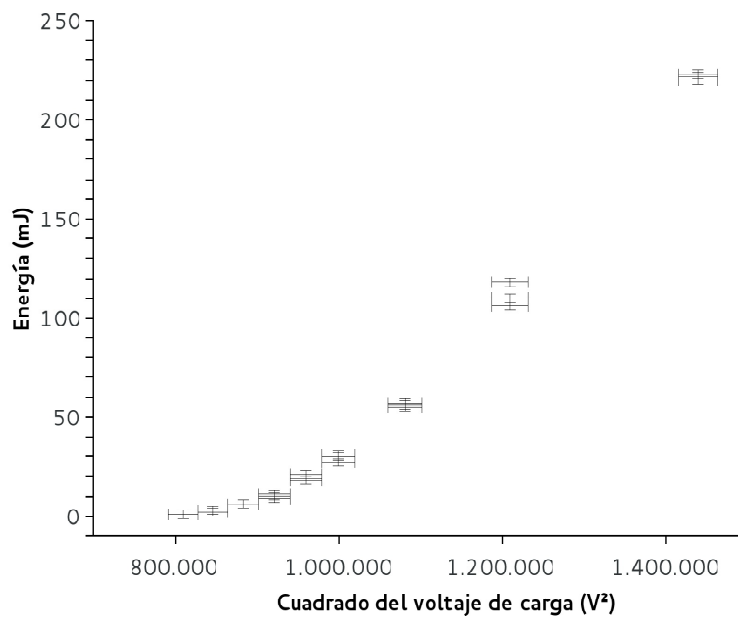


Figura C.3: Datos experimentales obtenidos operando el mismo láser que en la figura C.2 pero en régimen de pulso largo. Para obtener un pulso de bombeo de larga duración se conecta una inductancia de $980 \mu\text{H}$ en serie al circuito de alimentación. A pesar del aspecto poco lineal de la distribución de valores, el ajuste de toda la serie de datos arroja un factor R^2 mejor que el ajuste de los disparos menos energéticos (véase la tabla C.1). El voltaje umbral calculado a partir del ajuste lineal es $935,1 \pm 8,3 \text{ V}$ y el medido de manera directa $900 \pm 10 \text{ V}$ (el error de 10 V se debe a la escala de la fuente de alta tensión que suministra esta diferencia de potencial).

Conocer con precisión V_U es imprescindible a la hora de abordar cualquier estudio sobre la dinámica espacio-temporal del láser, especialmente cuando se pretende comparar resultados obtenidos en distintas ocasiones. Este valor no sólo se emplea para poder calcular el parámetro de bombeo al que el láser opera, sino que además proporciona una buena medida del estado general del dispositivo. Cuando se alcanzan voltajes umbrales muy bajos sabemos que el dispositivo está bien alineado y con que todos sus elementos funcionan correctamente. Un voltaje umbral excesivamente alto tras una alineación meticulosa delata algún problema en el montaje, bien sea

en la parte óptica o eléctrica del sistema. Por ejemplo los medios activos, a lo largo de su vida útil, muestran cada vez voltajes umbral mayores según la luz ultravioleta emitida por las lámparas crea nuevos centros de color mediante solarización, degradando sus propiedades. Combinado con suficiente cantidad de información relativa a un montaje experimental concreto este proceso proporciona, por lo tanto, un buen método para evaluar el grado de envejecimiento de los medios activos montados en el dispositivo.

N	A [mJ/V ²]	ΔA [mJ/V ²]	B [mJ]	ΔB [mJ]	R ²	V _U [V]	ΔV_U [V]
9	$3,560 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-6}$	-311,3	2,1	0,954	935,1	8,3
7	$2,016 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-6}$	-169,6	4,7	0,917	917	34
5	$1,184 \cdot 10^{-4}$	$9,7 \cdot 10^{-6}$	-96,9	8,6	0,902	910	110
3	$6,8 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	-555	19	0,920	890	420

Cuadro C.1: Variación de los resultados del ajuste lineal en función del número N de voltajes empleados. En todos los casos se emplean siempre los N voltajes menores. A pesar de tener un valor R^2 mayor y menor error relativo, los ajustes que emplean mayor número de voltajes dan valores de V_U más alejados del valor real, accesible experimentalmente cuando se emplean autoinductancias al quedar por encima del voltaje umbral de las lámparas y situado en este caso en 900 ± 10 V, según la lectura de la fuente de alta tensión. Por este motivo es preciso adquirir datos a voltajes tan próximos al umbral como sea posible.

Apéndice D

Principales propiedades de los medios activos empleados

Propiedad	Unidades	Nd:YAG	Q-98	Q-246
Longitud de máxima emisión	nm	1064	1053	1062
Anchura de emisión	nm	0,8	21,1	27,7
Sección cruzada emisión inducida	$10^{-20} cm^2$	28	4,5	2,9
Tiempo de vida de la fluorescencia	μs	230	350	340
Índice de refracción		1,822	1,555	1,568
Número de Abbe		52,57	63.6	57.8
Conductividad térmica	W/m·K	14	0,82	1,30
Coefficiente de dilatación térmica	$10^{-7} K^{-1}$	75	99	90
$\partial n / \partial T$	$10^{-6} K^{-1}$	7,3	-4,5	2,9
Calor específico	J/g·K	0,59	0,80	0,93
Densidad	g/cm ³	4,56	3,099	2,55
Módulo de Young	$10^3 kg/mm^2$	31,7	7,21	8,57
Coefficiente de Poisson		0,25	0,24	0,24
Dureza Knoop		1215	556	600

Cuadro D.1: Propiedades ópticas, térmicas y mecánicas más relevantes de los medios activos empleados. La mayor parte de los datos han sido proporcionados por los fabricantes de las piezas, aunque otros provienen del *Solid-State Lasers: A Graduate Text* de W. Koechner y M. Bass [77] y del *Springer handbook of lasers and optics* de F. Träger [59].

Apéndice E

Índice de Figuras

Índice de figuras

2.1.	Diagrama de niveles del Nd^{3+} en el que se muestran las transiciones más probables. El bombeo R lleva iones desde el estado fundamental 0 hasta la banda de bombeo 3 . Desde ahí los iones se desexcitan muy rápidamente hasta el nivel superior de emisión láser 2 . La distancia entre el nivel fundamental y el nivel inferior láser 1 , así como el rápido mecanismo de desexcitación desde este último, contribuyen a que la población en 1 sea muy reducida y por lo tanto aumentan la eficiencia del láser.	25
2.2.	Ocupación de los niveles del Nd^{3+} en ausencia (izquierda) y presencia (derecha) de bombeo. Por motivos de claridad la banda superior 3 , que recibe los electrones excitados por el bombeo, es representada como una única línea. En ausencia de bombeo sólo el nivel fundamental 0 tiene una población relevante, siendo la población de 1 , debida a la excitación térmica del medio activo, mucho menor. Los otros dos niveles tienen ocupaciones completamente despreciables. Cuando el bombeo normalizado R es mayor que la unidad se acumula inversión de población entre los niveles 2 y 1 , teniendo el área sombreada en el gráfico una anchura proporcional a esta inversión de población y una altura igual a la energía de los fotones de la radiación láser.	26
2.3.	Curvas de estabilidad neutra para $\delta = 0,5$ y distintos valores de $\sigma = \kappa/\gamma_{\perp}$. Como el eje de abscisas está escalado en función de \sqrt{a} los mínimos se sitúan en $\sqrt{a}k_0 = \sqrt{\delta} \approx 0,71$	40
2.4.	Distribuciones de intensidad de diferentes modos de Gauss-Hermite. (a) $I_{00} \propto H_0(x) \times H_0(y)$, (b) $I_{23} \propto H_2(x) \times H_3(y)$, (c) $I_{47} \propto H_4(x) \times H_7(y)$	48
2.5.	Distribuciones de intensidad de diferentes modos de Gauss-Laguerre. (a) $I_{01} \propto L_0^1(\varrho)$; (b) $I_{23} \propto L_2^3(\varrho)$; (c) $I_{04} \propto L_0^4(\varrho)$; (d) $I_{0i} \propto L_0^l(\varrho)$; (e) $I_{20} \propto L_2^0(\varrho)$; (f) $I_{14} \propto L_1^4(\varrho)$. Todas las imágenes corresponden a modos canónicos con la excepción de (d), que muestra el llamado TEM_{0i} . Esta distribución resulta de la superposición de dos modos con $p = 0$ y un mismo $l \neq 0$ rotados $\pi/2l$ (y por lo tanto desfasados $\pi/2$) entre sí. Como $\cos^2(l\phi) + \cos^2(l\phi + \frac{\pi}{2}) = 1$, la distribución de intensidad resultante no presenta variación en ϕ , por lo que aparece un anillo. En la imagen se representa el caso $l = 1$	50

- 2.6. Distribuciones de intensidad transversa de modos pertenecientes a las tres bases explicadas: la columna de la izquierda está formada por modos de Gauss-Laguerre, la central por Ince-Gauss y la derecha por Gauss-Hermite. Tomado de *Ince-Gaussian modes of the paraxial wave equation and stable resonators* (M.A. Bandres y J.C. Gutiérrez-Vega, (2004). *Journal of the Optical Society of America A*, 21(5), 873-880) [84]. 51
- 2.7. Distribuciones transversas de intensidad correspondientes a varios modos de Ince-Gauss, extraídas de *Single-frequency Ince-Gaussian mode operations of laser-diode-pumped microchip solid-state lasers* (T. Ohtomo, K. Kamikariya, K. Otsuka S-C. Chu, (2007). *Optics Express*, 15(17), 10705-10717) [87]. (a) Modo de orden $p = 15$ y grado $m = 9$ con $\epsilon = 4$; (b) $p = 15$, $m = 9$ y $\epsilon = 6$; (c) $p = 14$, $m = 6$ y $\epsilon = 5$; (d) $p = 20$, $m = 6$ y $\epsilon = 8$ 52
- 2.8. Distribución de frecuencias de los modos propios de la cavidad para resonadores de diferente geometría. Las frecuencias correspondientes a los armónicos longitudinales (segmentos más altos) siempre están separadas por un múltiplo de $c/2l$. Las líneas discontinuas unen las frecuencias de modos con iguales índices (q, mn). (a) Resonador plano, en el que la parte transversa del campo no puede cumplir la condición de resonancia y por lo tanto no existen modos transversos. (b) Resonador formado por reflectores con un radio de curvatura mayor que l y con $\Delta\psi = \pi/4$. Como la variación de la fase de Gouy es menor que $\pi/2$ las frecuencias de los modos transversos se sitúan cerca de su modo axial. Un resonador que tenga un espejo completamente plano y el otro con un radio de curvatura igual a $2l$ tendría un espectro igual al representado en esta figura. (c) Resonador confocal ($R_1 = R_2 = l$, $\Delta\psi = \pi/2$). La separación entre modos transversos equivale a la mitad de la separación entre modos longitudinales, de manera que existe una degeneración expresable como $\nu_{q, mn+2i} = \nu_{q+i, mn}$ para todo i entero. (d) Resonador en el que la curvatura de los reflectores es próxima a l y $\Delta\psi = 3/4$. A pesar de que la cavidad tiene el mismo espectro que en el caso *b* en este resonador la separación entre modos transversos es tan grande que estos se sitúan en la vecindad de modos con diferente orden axial q . (e) Resonador concéntrico ($R_1 = R_2 = l/2$, $\Delta\psi = \pi$). Como el resonador tiene simetría esférica la degeneración entre modos longitudinales y transversos es plena. (f) Resonador con una distribución espectral similar a la de nuestro dispositivo, en el que el reflector total es plano, el acoplador tiene un radio de curvatura de 10 m y $l \approx 30$ cm, por lo que $\Delta\psi \approx 0,1$. En nuestro caso nos encontramos con una separación entre modos axiales de unos 500 MHz, mientras que los transversos se sitúan aproximadamente cada 30 MHz. 54

- 2.9. Cuadrado de la envolvente $A(0, t)$ (azul), cuadrado del numerador (rojo) y cuadrado del denominador (negro) para la superposición en fase de 5 modos de amplitud unidad. El eje de abscisas está escalado en función del tiempo que tarda un fotón en completar una vuelta de la cavidad $2L/c$, tiempo que coincide con el semiperiodo del denominador, y el de ordenadas en unidades de $|\hat{\mathbf{E}}_0|^2$ 58

- 2.10. Resultados de una simulación numérica de un láser de clase B construida a partir de las ecuaciones de balance normalizadas B.8 y B.9 (véase página 173) y programada con un paso temporal de 10^{-3} . Los valores empleados son $\gamma_{\parallel} = 10^3 \text{ s}^{-1}$ y $\kappa = 2 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. No hay ecuación para la polarización ni valor para γ_{\perp} porque este sistema de ecuaciones está en aproximación adiabática. (a) Densidad de fotones emitidos Q (azul) e inversión de población D (verde) por un láser de clase B cuando el bombeo R (rojo) comienza bruscamente. (b) Ampliación de los primeros pulsos de salida. Tras los primeros ciclos de carga-descarga, que provocan picos de muy alta intensidad, las oscilaciones en torno a la intensidad de equilibrio se van suavizando, como también ocurre con la inversión de población. Nótese como el máximo de cada pulso de emisión coincide con un momento en el que la inversión decrece hasta valer exactamente 1. (c) Evolución de la densidad de fotones y de la inversión de población en el espacio de fases. Como el sistema cumple holgadamente la condición B.19 tanto D como Q oscilan convergiendo al punto de equilibrio situado en (D_0, Q_0) (tazo rojo). Cuando el bombeo se apaga ambas magnitudes se anulan, cada una a un ritmo impuesto por su constante de decaimiento (trazo azul). 62

- 2.11. Patrones experimentales del Q -246 (Nd:silicato) bombeado con 1050 V, obtenidos alrededor de $2 \mu\text{s}$ después del inicio del pulso. Cada imagen corresponde a un disparo distinto, pero la reproducibilidad de la dinámica transversa al principio de la emisión es tan alta que se adquieren etapas levemente distintas del mismo proceso. En este caso, podemos observar la suave transición de un TEM_{40} de GH a un TEM_{41} . Para poder apreciar el relieve de las zonas menos intensas es necesario programar un tiempo de adquisición que satura buena parte de las zonas más intensas del patrón, que por lo tanto aparecen artificialmente aplanadas. 69

- 3.1. Mesa óptica *Thorlabs* con parte del montaje experimental estándar. Los detectores se encuentran dentro de una jaula de Faraday (al fondo) para evitar que el pulso de preionización que desencadena el disparo del láser afecte a sus lecturas. 75

- 3.2. Láser pulsado de gran apertura, diseñado y construido por el grupo de Física del Láser. Está refrigerado por aire y puede funcionar en diversos regímenes de emisión (emisión libre, Q -switch pasivo o activo), equipar diferentes medios activos o emplear distintas lámparas de destello. 76

- 3.3. Despiece del dispositivo láser, mostrando (a) ambas mitades del chasis de teflón, (b) ventiladores, (c) ambas mitades del reflector de oro bielíptico que forma la cámara de bombeo, (d) lámparas de destello, (e) medio activo y (f) reflectores que cierran la cavidad resonante (dibujados sin montura para una mayor claridad) y tornillería. 77
- 3.4. Interior de la cámara de bombeo. Los reflectores de oro elípticos concentran la luz emitida por las lámparas de destello en el medio activo. Alrededor de las lámparas se aprecia el bobinado responsable de la preionización que provoca la descarga. 78
- 3.5. Sección transversal del dispositivo láser, normal al eje óptico. La cavidad bielíptica recubierta con oro concentra toda la luz destellada por las lámparas sobre el medio activo. 79
- 3.6. Dispositivo láser montado sobre el sistema de vacío *Veeco V-300* empleado en el capítulo 6. A la izquierda del mismo se disponen, de arriba a abajo, el generador de pulsos de alto voltaje (hasta 30 kV) empleado para preionizar las lámparas, el capacitor (equipado con dos condensadores de 50 μF montados en paralelo) y la fuente de alta tensión. Sobre el sistema de vacío se aprecia la sonda Rogowski (azul y unida a un cable apantallado BNC) empleada para monitorizar el pulso de bombeo. Al fondo está la mesa óptica *Thorlabs* y, sobre ella y de izquierda a derecha, destacan la termopila, un diafragma ajustable empleado para obtener medidas de intensidad local, el osciloscopio de 6 GHz de ancho de banda y el láser de He-Ne de alineación. 82
- 3.7. Evolución temporal de la corriente de bombeo medida con una sonda Rogowski. El disparo mostrado está en régimen de pulso corto (sin conectar ninguna autoinductancia en serie) con 1300 V de carga. . . . 84
- 4.1. Patrones instantáneos obtenidos con un medio activo de silicato *Q-246* y un bombeo 4 veces superior al bombeo umbral. Los retardos con respecto al inicio del pulso son (a) 1 μs , (b) 2 μs , (c) 7 μs , (d) 8 μs , (e) 25 μs y (f) 50 μs . Las dos primeras imágenes corresponden al inicio del primer pulso; la imagen (a) corresponde a la mitad de la subida mientras que (b) a una intensidad similar tras el máximo. Los patrones obtenidos después de (g) mantienen el mismo tamaño mínimo de estructuras, aunque el aspecto general sea diferente. Todas estas imágenes han sido obtenidas con tiempos de adquisición de entre 2 ns excepto (f), que pertenece al final de la emisión y por lo tanto precisa 4 ns de exposición para tener una relación entre señal y ruido similar al resto. 93
- 4.2. Patrones instantáneos obtenidos con un medio activo de silicato. El retardo de cada imagen es (a) 1 μs , (b) 2 μs , (c) 10 μs , (d) y (e) 20 μs y (f) 7 μs . El parámetro de bombeo es 2,5 en (a), 3 en (e), 4 en (f) y 2 en el resto de figuras. El tiempo de adquisición varía entre los 2 y los 5 ns. 95

4.3.	Corrimiento en frecuencias de modos longitudinales al introducir el medio activo. En el caso representado la disminución de las frecuencias del resonador al crecer su longitud óptica produce un aumento en la frecuencia de emisión, pues el modo más amplificado en (b) no sólo tiene mayor orden espacial que el más amplificado en (a), sino que además tiene mayor frecuencia. La figura se ha escalado con una disminución de la separación entre frecuencias del 14 %, en consonancia con los valores mostrados en la página 43, referidos a nuestro sistema experimental. Por motivos de claridad la anchura de la curva de ganancia no se corresponde a ninguno de nuestros medios activos (el Nd:YAG, el material con menor ensanchamiento empleado en estos experimentos, tiene una anchura que equivale a 400 veces la separación entre modos axiales).	97
4.4.	(a) Espectro de la intensidad total (rojo) y local (negro) de un láser de Nd:YAG sometido a un bombeo 3 veces mayor que el bombeo umbral. (b) Ídem, pero con un bombeo 5 veces mayor que el bombeo umbral.	100
4.5.	(a) Imagen tridimensional del perfil de fluorescencia medido experimentalmente. Las zonas más altas indican una mayor intensidad. Como se puede apreciar en el interior del medio activo la fluorescencia es menor que en capas más externas; el bombeo y la inversión de población también tendrán esta distribución. (b) Sección transversal del perfil de bombeo en el que se aprecia la asimetría lateral del mismo.	100
4.6.	Perfiles simétrico (a) y asimétrico (b) de bombeo empleados en las simulaciones. Introduciendo uno u otro se generan los espectros (c) y (d), respectivamente. En ellos, la intensidad local (rojo) muestra los batidos de modos transversos. Según el tipo de bombeo empleado, la intensidad total (negro) perderá todo rastro de esta interferencia (c) o conservará una parte (d).	102
4.7.	(a) Distribución espacial de la inversión de población resultante al realizar simulaciones numéricas con un perfil de bombeo asimétrico. (b) Sección transversa de la inversión.	103
5.1.	Patrones instantáneos obtenidos con un medio activo de Nd:YAG tras la transición orden-desorden estudiada por nuestro grupo en [74]. Los patrones han sido obtenidos con (a) un parámetro de bombeo $r = 2,7$ y un retardo con respecto al inicio del pulso de $77 \mu s$ y (b) $r = 4,0$ y $25 \mu s$.	108

- 5.2. Ganancia (línea continua gruesa), ganancia umbral (línea segmentada), modos de la cavidad (segmentos grises) y modos amplificadas. (a) Cuando ni el bombeo ni la reflectancia de los espejos que forman la cavidad resonante varían mucho a lo largo de las frecuencias comprendidas dentro de una curva de ganancia ensanchada inhomogéneamente, el producto RT de la ecuación 5.8 es constante y la ganancia umbral es la misma para todos los modos, por lo que todos aquellos situados entre las frecuencias de intersección de la G_u y la curva de ganancia podrán amplificarse. (b) Cuando, por el contrario, el producto RT no es constante, la ganancia umbral varía fuertemente a lo largo de la curva de ganancia, provocando que sólo algunos modos sean capaces de amplificarse. Esta situación ocurre principalmente cuando se emplean fuentes de bombeo muy monocromáticas (como luz láser) o cuando la reflectancia de los espejos es alta sólo para un intervalo espectral muy estrecho en comparación con la ganancia. . . 113

- 5.3. Patrones de intensidad transversa del silicato situados junto a sus transformadas espaciales de Fourier. Las imágenes (a)-(d) se obtuvieron con bombeo $r = 2$ y retardos de 5, 15, 45 y 75 μs , respectivamente. La imagen (e) fue obtenida con $r = 2,5$ y retardo de 45 μs y la (f) con $r = 4$ y retardo de 50 μs . El tiempo de adquisición de todas las imágenes es de 4 ns, con la excepción de (b) y (c), que están tomadas con 3 ns. Cuando se trabaja con patrones de complejidad creciente la transformada espacial de Fourier es una herramienta muy útil a la hora de estudiar si presentan algún tipo de orden o periodicidad. A pesar de que la información que esta operación aporta sea trivial en el caso de los modos de menor orden espacial, según la complejidad de los patrones aumenta es necesario un mecanismo objetivo para analizar si se produce, y cuándo, la transición a patrones desordenados. Esta cuestión toma especial relevancia cuando se trabaja con medios activos que inhiben esta transformación, pues tras intervalos largos de emisión la complejidad de los patrones es tal que cuesta detectar mediante la mera observación si se mantiene algún orden. La transformada de Fourier de un modo extraordinariamente complejo siempre mostrará una cierta cantidad de máximos y bandas, de mayor o menor anchura, que destaquen sobre el fondo ruidoso. Por el contrario la transformada de un patrón posterior a la transición al desorden consiste fundamentalmente en una imagen ruidosa en la que no destacan estructuras. 120

- 5.4. Patrones instantáneos obtenidos con un medio activo de fosfato y autoinductancias de entre 300 y 980 μH para alargar el tiempo de emisión. Exceptuando (a), tomado con parámetro de bombeo de $r = 4,8$ y tiempo de exposición de 3 ns, los demás patrones han sido obtenidos a $r = 3,4$ y con 5 ns de exposición. Los retardos con respecto al inicio del pulso son (a) 25 μs , (b) 250 μs , (c) 350 μs y (d) 400 μs . A pesar de los largos tiempos de emisión ni el patrón transversal del fosfato *Q-98* ni el de silicato *Q-246* (véanse las figuras 4.1 y 4.2) muestran filamentación. 121

- 5.5. Variación espacial de la correlación lineal local de los tres medios activos comparados: Nd-silicato (cuadrados negros), Nd:fosfato (círculos rojos) y Nd:YAG (rombos verdes). Cada punto muestra el promedio de 10 correlaciones adquiridas con dos diafragmas cuadrangulares de 100 μm de lado. Bombeo 4,5 veces mayor que el umbral. A pesar de que a 1,25 mm de distancia la correlación de todos los materiales es prácticamente nula, los medios activos con ensanchamiento inhomogéneo mantienen valores sensiblemente más altos hasta al menos los 0,75 mm de distancia entre puntos de adquisición. 122

- 5.6. Momentos de correlación de orden C_{pq} (véase la ecuación 5.9) de la intensidad local de (a) Nd:YAG, (b) Nd:fosfato *Q-98* y (c) Nd:silicato *Q-246*. Las condiciones son las mismas que en la figura 5.5. La correlación lineal C tiene valores mayores que los momentos de mayor orden para todas las distancias de correlación Δx analizadas. 123

- 6.1. Espectrograma obtenido a partir del promedio entre 10 mediciones de la intensidad local de Nd:YAG, todas con un parámetro de bombeo $r = 3$ y adquiridas con un diafragma cuadrado de 125 μm de lado situado a 2,5 mm del centro del haz [62]. Como se puede observar las líneas de batido de modos transversos se desdoblan formando bandas de líneas equiespaciadas a 1,6 MHz. 128

- 6.2. Espectro de intensidad local en el que los batidos de modos transversos, esperados aproximadamente cada 35 MHz, aparecen desdoblados en bandas de líneas equiespaciadas cada 1,6 MHz. En la ampliación se puede apreciar un máximo local a esta frecuencia. La imagen se obtuvo a partir de los mismos datos promediados que la figura 6.1. . . 129

- 6.3. Oscilaciones de polarización de un láser de Nd:YAG, extraído de *Experimental evidence of antiphase population dynamics in lasers* (E. Cabrera, O.G. Calderón y J.M. Guerra, (2005). *Physical Review A*, 72(4), 043824) [94]. Evolución temporal de la emisión láser (a) sin discriminar entre polarizaciones, (b) seleccionando la polarización vertical y (c) seleccionando la polarización horizontal. Bombeo 4 veces superior al umbral. En las tres señales se aprecian las oscilaciones de relajación de 0,7 MHz. En la (b) y la (c) se ven también las oscilaciones de antifase de 0,07 MHz. 130

- 6.4. Diagrama de niveles del efecto Raman. Las dos líneas inferiores corresponden a dos niveles vibracionales del nivel electrónico fundamental. Las líneas discontinuas son los niveles virtuales creados por la perturbación mecánica. La transición Stokes (en rojo) posee una frecuencia $\nu - \nu_v$, mientras que el caso anti-Stokes (azul) da lugar a una frecuencia $\nu + \nu_v$ 134
- 6.5. Espectrograma de la intensidad local, resultado de las simulaciones numéricas programadas para [63] y que muestra las dos primeras bandas de batido. Promedio de 10 cálculos con semilla aleatoria y bombeo 3 veces superior al bombeo umbral. La introducción de una modulación dinámica de la densidad del medio ρ produce un desdoblamiento de 1,6 MHz que coincide cualitativa y cuantitativamente con el observado experimentalmente. Cuando esta modulación se elimina se recupera el resultado habitual en la literatura, en el cual los batidos de modos transversos dejan líneas individuales cada $c\Delta\psi/2L\pi$ (véase la ecuación 2.101). 140
- 6.6. Dispositivo montado sobre el sistema de vacío, alineado y listo para situar la campana y comprobar la transmitancia es esta. Una vez realizado este paso y determinada la posición del borde del haz, se procede a la adquisición de intensidad local a presión atmosférica. Si un pre-análisis de estos datos muestra un desdoblamiento claro, se retiran los ventiladores (montados sobre un marco de aluminio), se cierra la campana y se practica el vacío. En caso contrario se ha de desplazar el diafragma de adquisición para buscar un punto mejor o, si el problema persiste, volver a empezar el proceso desde la etapa de alineación. 142
- 6.7. Voltaje de ruptura del aire en función de la distancia (curvas de Paschen) obtenidas a partir de la ecuación 6.27. La abrupta subida que muestran las curvas está relacionada con el recorrido libre medio de los electrones ionizados a cada presión. En ambas imágenes la recta gris está situada en $x = 30,2$ cm, el diámetro interno de la campana. Nótese que mientras que (a) tiene ambos ejes en escala logarítmica, en (b) el eje de abscisas en lineal. Para que al voltaje de trabajo (entre 1000 y 1400 V) no se produzca ninguna descarga entre puntos situados en el fondo de la campana es necesario reducir la presión hasta al menos 6 mTorr. 143

- 6.8. Fotografías del sistema experimental de vacío empleado. (a) A la izquierda y sobre una mesa, de arriba a abajo, se disponen la fuente de alta tensión responsable de la pre-ionización, el acumulador dónde se almacena la energía destinada al bombeo de las lámparas y la fuente de alta tensión que suministra a éste la diferencia de potencial. A la derecha se encuentra el sistema de vacío, formado por la campana de vidrio, su tapa y la consola. (b) Campana de vacío cerrada, con el dispositivo láser situado dentro. Los reflectores que forman la cavidad óptica están desmontados para protegerlos durante las pruebas de disparo. (c) Dispositivo láser pulsado desmontado durante las pruebas de destello, previas a las de emisión láser. Se han retirado todos los elementos indispensables, dejando sólo las lámparas y los circuitos de pre-ionización y alimentación. Las seis piezas cilíndricas de PVC gris son tapones que diseñamos para tratar de evitar las fugas de corriente a baja presión. Las dos láminas de PVC se sitúan debajo de las lámparas para tratar de aislarlas del reflector de la cámara de bombeo, una pieza bielíptica de oro. 145

- 6.9. Esquema del montaje experimental para la adquisición de intensidades locales en condiciones de vacío. CV: campana de vacío; MA: medio activo; CB: cámara de bombeo; LD: lámparas de descarga; RT: reflector total con 10 m de radio de curvatura; AC: acoplador plano con reflectancia del 70 %; DM: diafragma móvil; MF: mazo de fibra óptica; FA: foto-diodo amplificado; OSC: osciloscopio. 146

- 6.10. Desdoblamiento experimental en distintos puntos situados a lo ancho del haz. Cada imagen corresponde al promedio de 10 espectrogramas. La distancia del punto de adquisición al centro del medio activo de 6 mm de diámetro es de (a) 2,5 mm (b) 1,5 mm (c) 0,5 mm y (d) 0 mm. Figuras obtenidas con Nd:YAG a presión atmosférica sometido a un bombeo 3 veces superior al umbral. 148

- 6.11. Espectrogramas experimentales de la intensidad local, obtenidos tras promediar 10 capturas. Las condiciones son las mismas que en la figura 6.1. (a) A presión atmosférica, los dos primeros batidos de modos transversos, centradas aproximadamente en 35 y 70 MHz, aparecen desdoblados en bandas muy anchas, con líneas equiespaciadas cada 1,6 MHz. (b) En condiciones de vacío (a una presión inferior a 1 mTorr) las líneas de batido no muestran desdoblamiento. 149

- B.1. Simulación numérica construida a partir de las ecuaciones B.8 y B.9. Los valores empleados son los propios del Nd:YAG: $\gamma_{\parallel} = 4,35 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ y $\kappa = 1,4 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$. El bombeo normalizado es $R = 2$ y el eje de abscisas recoge el tiempo en microsegundos, reconstruido deshaciendo la normalización $t \rightarrow T$ basada en κ y teniendo en cuenta el tamaño del paso temporal, que en este caso es de 10^{-3} . (a) Inversión de población D (verde) y densidad de fotones emitidos Q (azul) de un láser de clase B cuando el bombeo R (rojo) comienza bruscamente. Como el bombeo es constante las oscilaciones de relajación convergen hacia los valores de equilibrio (D_0, Q_0). Nótese como, tras apagarse el bombeo, la densidad de fotones se anula más rápidamente que la inversión de población acumulada en el medio activo. (b) Ampliación de los primeros pulsos de salida. (c) Diagrama de fases de esta simulación, en el que se puede apreciar la oscilación convergente hacia el atractor de equilibrio (trazo rojo), así como la relajación del sistema una vez apagado el bombeo (trazo azul). 175
- B.2. (a) Representación gráfica de la condición B.19. Los sistemas situados por encima de la curva verifican la desigualdad y mostrarán oscilaciones de relajación; los situados en la línea o por debajo exhiben el fenómeno de sobrearmortiguación, tendiendo rápidamente a alcanzar el punto de equilibrio (D_0, Q_0) incluso cuando el bombeo comienza de golpe. (b) Espacio de fases de distintos sistemas, caracterizados por su cociente $\frac{\kappa}{\gamma_{\parallel}}$. El bombeo de todos ellos es $R = 2$. Una vez apagado el bombeo la trayectoria de relajación se representa con trazo discontinuo. 178
- C.1. Cavidad de bombeo abierta durante la alineación del láser de He-Ne. Aunque el láser de alineamiento y el medio activo están suficientemente paralelos el centrado todavía no es adecuado. Esta operación se realiza sólo cuando el láser de He-Ne o el chasis del láser son reposicionados, pues la alineación entre estas piezas no se degrada durante la operación normal del láser, como sí ocurre con la de los reflectores. 184
- C.2. Ejemplo de ajuste lineal de datos experimentales calculado mediante *QtiPlot*. Los datos se han obtenido operando en régimen de pulso corto un láser pulsado con medio activo de Nd:YAG, un reflector total de 10 m de radio y un acoplador con una reflectancia del 70 %. A partir del ajuste (que tiene un factor $R^2 = 0,992$) se obtiene un voltaje umbral de $685 \pm 25 \text{ V}$, muy por encima de los 470 V que tenía este medio activo al principio de su vida útil. 185

C.3. Datos experimentales obtenidos operando el mismo láser que en la figura C.2 pero en régimen de pulso largo. Para obtener un pulso de bombeo de larga duración se conecta una inductancia de $980 \mu\text{H}$ en serie al circuito de alimentación. A pesar del aspecto poco lineal de la distribución de valores, el ajuste de toda la serie de datos arroja un factor R^2 mejor que el ajuste de los disparos menos energéticos (véase la tabla C.1). El voltaje umbral calculado a partir del ajuste lineal es $935,1 \pm 8,3 \text{ V}$ y el medido de manera directa $900 \pm 10 \text{ V}$ (el error de 10 V se debe a la escala de la fuente de alta tensión que suministra esta diferencia de potencial).	186
--	-----

Bibliografía

- [1] Wolfgang Demtröder. Laser spectroscopy: basic concepts and instrumentation. Springer Science & Business Media, 2013.
- [2] Rana X Adhikari. Gravitational radiation detection with laser interferometry. Reviews of modern physics, 86(1):121, 2014.
- [3] Keir C Neuman and Attila Nagy. Single-molecule force spectroscopy: optical tweezers, magnetic tweezers and atomic force microscopy. Nature methods, 5(6):491–505, 2008.
- [4] Lev P Pitaevskii and Sandro Stringari. Bose-einstein condensation. Number 116. Oxford University Press, 2003.
- [5] Joshua W Shaevitz. A practical guide to optical trapping. Technical report, Princeton University, 8:6, 2006.
- [6] A Einstein. Emission and absorption of radiation in quantum theory. Verh. Dtsch. Phys. Ges, 18:318–323, 1916.
- [7] James Clerk Maxwell. A treatise on electricity and magnetism, volume 1. Clarendon press, 1881.
- [8] Albert Einstein et al. On the electrodynamics of moving bodies. Annalen der Physik, 17(10):891–921, 1905.
- [9] A Einstein. On the relativity principle and the conclusions drawn from it. yearbook of radiactivity and electronics (in german). cited after a. einstein, l. infeld. The evolution of physics: from early concepts to relativity and quanta, 1907.
- [10] Albert Einstein. On the influence of gravitation on the propagation of light. Annalen der Physik, 35(898-908):906, 1911.
- [11] Albert Einstein and Translation into English. Concerning an heuristic point of view toward the emission and transformation of light. American Journal of Physics, 33(5):367, 1965.
- [12] Charles H Townes. The first laser. A Century of Nature: Twenty-One Discoveries that Changed Science and the World, page 107, 2010.

- [13] H Kopfermann and R Ladenburg. Experimental proof of negative dispersion. Nature, 122:438–439, 1928.
- [14] HAH Boot and JT Randall. The cavity magnetron. Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part IIIA: Radiolocation, 93(5):928–938, 1946.
- [15] Arthur L Schawlow and Charles H Townes. Infrared and optical masers. Physical Review, 112(6):1940, 1958.
- [16] R Gordon Gould. The laser, light amplification by stimulated emission of radiation. In The Ann Arbor conference on optical pumping, the University of Michigan, volume 15, page 128, 1959.
- [17] TH Maiman. Optical and microwave-optical experiments in ruby. Physical review letters, 4(11):564, 1960.
- [18] Theodore H Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. Nature, 187(4736):493–494, 1960.
- [19] Ali Javan, William R Bennett Jr, and Donald R Herriott. Population inversion and continuous optical maser oscillation in a gas discharge containing a he-ne mixture. Physical Review Letters, 6(3):106, 1961.
- [20] JE Geusic, HM Marcos, and LG Van Uitert. Laser oscillations in nd-doped yttrium aluminum, yttrium gallium and gadolinium garnets. Applied Physics Letters, 4(10):182, 1964.
- [21] LA Lugiato, F Prati, LM Narducci, P Ru, JR Tredicce, and DK Bandy. Role of transverse effects in laser instabilities. Physical Review A, 37(10):3847, 1988.
- [22] R Meucci, M Ciofini, and R Abbate. Suppressing chaos in lasers by negative feedback. Physical Review E, 53(6):R5537, 1996.
- [23] KJ Weingarten, B Braun, and U Keller. In situ small-signal gain of solid-state lasers determined from relaxation oscillation frequency measurements. Optics letters, 19(15):1140–1142, 1994.
- [24] Kenju Otsuka. Winner-takes-all dynamics and antiphase states in modulated multimode lasers. Physical review letters, 67(9):1090, 1991.
- [25] DE McCumber. Intensity fluctuations in the output of cw laser oscillators. i. Physical Review, 141(1):306, 1966.
- [26] W Culshaw and J Kannelaud. Effects of transverse and axial magnetic fields on gaseous lasers. Physical Review, 145(1):257, 1966.
- [27] Hermann Haken. Analogy between higher instabilities in fluids and lasers. Physics Letters A, 53(1):77–78, 1975.
- [28] Carl O Weiss and Ramon Vilaseca. Dynamics of lasers. NASA STI/Recon Technical Report A, 92:39875, 1991.

- [29] FT Arecchi, GL Lippi, GP Puccioni, and JR Tredicce. Deterministic chaos in laser with injected signal. Optics communications, 51(5):308–314, 1984.
- [30] Mark C Cross and Pierre C Hohenberg. Pattern formation outside of equilibrium. Reviews of modern physics, 65(3):851, 1993.
- [31] EHM Hogenboom, W Klische, CO Weiss, and A Godone. Instabilities of a homogeneously broadened laser. Physical review letters, 55(23):2571, 1985.
- [32] B Meziane and H Ladjouze. Simple modeling of single-mode inhomogeneously broadened laser dynamics. Physical Review A, 45(5):3150, 1992.
- [33] B Meziane. Velocity-changing-collision effects in self-pulsing lasers. Physical Review A, 47(5):4430, 1993.
- [34] H Kogelnik and Tingye Li. Laser beams and resonators. Applied Optics, 5(10):1550–1567, 1966.
- [35] Lasers Siegman. University science books. Mill Valley, CA, pages 858–890, 1986.
- [36] GK Harkness, Willie J Firth, John B Geddes, JV Moloney, and EM Wright. Boundary effects in large-aspect-ratio lasers. Physical Review A, 50(5):4310, 1994.
- [37] Arthur G Fox and Tingye Li. Resonant modes in a maser interferometer. Bell System Technical Journal, 40(2):453–488, 1961.
- [38] H Kogelnik and WW Rigrod. Visual display of isolated optical-resonator modes, 1962.
- [39] WW Rigrod. Isolation of axi-symmetrical optical-resonator modes. Applied Physics Letters, 2(3):51–53, 1963.
- [40] M Ciofini, A Labate, R Meucci, and Peng-Ye Wang. Experimental evidence of selection and stabilization of spatial patterns in a co 2 laser by means of spatial perturbations. Optics communications, 154(5):307–312, 1998.
- [41] William W Rigrod. Gain saturation and output power of optical masers. Journal of Applied Physics, 34(9):2602–2609, 1963.
- [42] Robert G Harrison and Dhruba J Biswas. Chaos in light. 1986.
- [43] M Brambilla, M Cattaneo, LA Lugiato, R Pirovano, F Prati, AJ Kent, G-L Oppo, AB Coates, CO Weiss, C Green, et al. Dynamical transverse laser patterns. i. theory. Physical Review A, 49(2):1427, 1994.
- [44] AB Coates, CO Weiss, C Green, EJ d’Angelo, JR Tredicce, M Brambilla, M Cattaneo, LA Lugiato, R Pirovano, F Prati, et al. Dynamical transverse laser patterns. ii. experiments. Physical Review A, 49(2):1452, 1994.

- [45] Graham Sutherland McDonald and WJ Firth. Spatial solitary-wave optical memory. JOSA B, 7(7):1328–1335, 1990.
- [46] VB Taranenko, I Ganne, RJ Kuszelewicz, and CO Weiss. Patterns and localized structures in bistable semiconductor resonators. Physical Review A, 61(6):063818, 2000.
- [47] F ENCINAS-SANZ, I LEYVA, Oscar G CALDERON, and JM GUERRA. Time resolved transverse patterns in a pulsed co2 laser. Recent research developments in quantum electronics, pages 1–14, 2000.
- [48] F Encinas-Sanz, Sonia Melle, and Oscar G Calderón. Time-resolved dynamics of two-dimensional transverse patterns in broad area lasers. Physical review letters, 93(21):213904, 2004.
- [49] Rüdiger Paschotta, J Aus der Au, GJ Spühler, S Erhard, A Giesen, and U Keller. Passive mode locking of thin-disk lasers: effects of spatial hole burning. Applied Physics B, 72(3):267–278, 2001.
- [50] Walter Lubeigt, Gareth Valentine, John Girkin, Erwin Bente, and David Burns. Active transverse mode control and optimization of an all-solid-state laser using an intracavity adaptive-optic mirror. Optics express, 10(13):550–555, 2002.
- [51] Sandile Ngcobo, Igor Litvin, Liesl Burger, and Andrew Forbes. A digital laser for on-demand laser modes. Nature communications, 4, 2013.
- [52] J Martin-Regalado, GHM Van Tartwijk, Salvador Balle, and Maxi San Miguel. Mode control and pattern stabilization in broad-area lasers by optical feedback. Physical Review A, 54(6):5386, 1996.
- [53] AV Mamaev and M Saffman. Selection of unstable patterns and control of optical turbulence by fourier plane filtering. Physical review letters, 80(16):3499, 1998.
- [54] Seng Fatt Liew, Li Ge, Brandon Redding, Glenn S Solomon, and Hui Cao. Pump-controlled modal interactions in microdisk lasers. Physical Review A, 91(4):043828, 2015.
- [55] Haohai Yu, Huaijin Zhang, Yicheng Wang, Zhengping Wang, Jiyang Wang, and V Petrov. Generation of crystal-structure transverse patterns via a self-frequency-doubling laser. Scientific reports, 3, 2013.
- [56] B Sorazu, PJ Fulda, BW Barr, AS Bell, C Bond, L Carbone, A Freise, S Hild, SH Huttner, J Macarthur, et al. Experimental test of higher-order laguerre-gauss modes in the 10 m glasgow prototype interferometer. Classical and Quantum Gravity, 30(3):035004, 2013.
- [57] Masaya Arahata and Atsushi Uchida. Antiphase dynamics of multi-transverse modes in broad-area semiconductor lasers. In Frontiers in Optics, pages FTh2C–2. Optical Society of America, 2013.

- [58] Tobias Gensty, Klaus Becker, Ingo Fischer, Wolfgang Elsässer, Christian Degen, Pierluigi Debernardi, and Gian Paolo Bava. Wave chaos in real-world vertical-cavity surface-emitting lasers. Physical review letters, 94(23):233901, 2005.
- [59] Frank Träger. Springer handbook of lasers and optics. Springer Science & Business Media, 2007.
- [60] William H Press, Saul A Teukolsky, William T Vetterling, and Brian P Flannery. Numerical recipes in C, volume 2. Cambridge university press Cambridge, 1996.
- [61] E Cabrera-Granado, M Odín Soler Rus, and JM Guerra. The influence of the inhomogeneous gain profile on the spatio-temporal dynamics of broad-area class b lasers. Journal of Optics, 12(3):035201, 2010.
- [62] M Odin Soler Rus, E Cabrera-Granado, and JM Guerra Perez. Self-acousto-optic modulation and orthogonality violation in the transverse modes of a broad-area nd-doped yttrium-aluminum-garnet single-shot laser. Physical Review A, 83(5):053824, 2011.
- [63] M Odín Soler Rus, E Cabrera-Granado, and JM Guerra Pérez. Vacuum suppression of acousto-optic self-modulation in a broad-area nd-doped yttrium-aluminum-garnet single-shot laser. Physical Review A, 88(1):015801, 2013.
- [64] George I Stegeman and Mordechai Segev. Optical spatial solitons and their interactions: universality and diversity. Science, 286(5444):1518–1523, 1999.
- [65] Nail Akhmediev and Adrian Ankiewicz. Three sources and three component parts of the concept of dissipative solitons. Springer, 2008.
- [66] Ken Steiglitz. Time-gated manakov spatial solitons are computationally universal. PHYSICAL REVIEW-SERIES E-, 63(1; PART A):016608–016608, 2001.
- [67] Stephane Barland, Jorge R Tredicce, Massimo Brambilla, Luigi A Lugiato, Salvador Balle, Massimo Giudici, Tommaso Maggipinto, Lorenzo Spinelli, Giovanna Tissoni, Thomas Knoedl, et al. Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities. Nature, 419(6908):699–702, 2002.
- [68] Claude M Dion, Arne Keller, Osman Atabek, and Andre D Bandrauk. Laser-induced alignment dynamics of hcn: Roles of the permanent dipole moment and the polarizability. Physical Review A, 59(2):1382, 1999.
- [69] L Allen and JH Eberly. Optical resonance and two-level atoms. 1975.
- [70] Eduardo Cabrera, Oscar G Calderón, Sonia Melle, and JM Guerra. Development of spatial turbulence from boundary-controlled patterns in class-b lasers. Physical Review A, 73(5):053820, 2006.
- [71] Walter Koechner. Solid-state laser engineering, volume 1. Springer, 2006.

- [72] P Meystre and M Sargent. Elements of quantum optics. 1990.
- [73] Eduardo Cabrera, Oscar G Calderón, and JM Guerra. Pattern formation in large-aspect-ratio single-mode inhomogeneously broadened lasers. Physical Review A, 70(6):063808, 2004.
- [74] Eduardo Cabrera, Sonia Melle, Oscar G Calderón, and JM Guerra. Dynamic transition from modelike patterns to turbulentlike patterns in a broad-area nd: Yag laser. Optics letters, 31(8):1067–1069, 2006.
- [75] H Haken. Light. Vol. 2, Laser light dynamics. North-Holland, 1985.
- [76] PK Jakobsen, JV Moloney, AC Newell, and R Indik. Space-time dynamics of wide-gain-section lasers. Physical Review A, 45(11):8129, 1992.
- [77] Walter Koechner and Michael Bass. Solid-State Lasers: A Graduate Text. Springer Science & Business Media, 2003.
- [78] VS Idiatulin and AV Uspenskii. The possibility of the existence of a pulsating mechanism related to inhomogeneous broadening of the line of the working transition. Rad. Eng. Electron. Phys, 18:422–425, 1973.
- [79] B Meziane. A simple model of the “casperson instability” for a single mode inhomogeneously broadened laser. Optics communications, 75(3):287–293, 1990.
- [80] M Beijersbergen, L Allen, HELO Van der Veen, and J Woerdman. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. Optical angular momentum, 96:123–132, 2003.
- [81] M Padgett, J Arlt, and N Simpson. An experiment to observe the intensity and phase structure of laguerre-gaussian laser modes. Optical Angular Momentum, page 114, 2003.
- [82] Miguel A Bandres. Elegant ince-gaussian beams. Optics letters, 29(15):1724–1726, 2004.
- [83] Herbert G Winful et al. Physical origin of the gouy phase shift. Optics letters, 26(8):485–487, 2001.
- [84] Miguel A Bandres, Julio C Gutiérrez-Vega, et al. Ince-gaussian modes of the paraxial wave equation and stable resonators. JOSA A, 21(5):873–880, 2004.
- [85] Miguel A Bandres and JulioC Gutiérrez-Vega. Ince gaussian beams. Optics letters, 29(2):144–146, 2004.
- [86] EL Ince. A linear differential equation with periodic coefficients. Proceedings of the London Mathematical Society, 2(1):56–74, 1925.
- [87] Takayuki Ohtomo, Koji Kamikariya, Kenju Otsuka, and Shu-Chun Chu. Single-frequency ince-gaussian mode operations of laser-diode-pumped micro-chip solid-state lasers. Optics express, 15(17):10705–10717, 2007.

- [88] Oscar G Calderón, Víctor M Pérez-García, I Martín, and JM Guerra. Transverse-mode selection in single-longitudinal-mode lasers. Physical Review A, 53(5):3490, 1996.
- [89] CO Weiss, HR Telle, K Staliunas, and M Brambilla. Restless optical vortex. Physical Review A, 47(3):R1616–R1619, 1993.
- [90] Eduardo Cabrera, Sonia Melle, Oscar G Calderón, and JM Guerra. Evolution of the correlation between orthogonal polarization patterns in broad-area lasers. Physical review letters, 97(23):233902, 2006.
- [91] Andrew Weiner. Ultrafast optics, volume 72. John Wiley & Sons, 2011.
- [92] Evgeny A Viktorov and Paul Mandel. Low frequency fluctuations in a multimode semiconductor laser with optical feedback. Physical review letters, 85(15):3157, 2000.
- [93] Kurt Wiesenfeld, Christopher Bracicowski, Glenn James, and Rajarshi Roy. Observation of antiphase states in a multimode laser. Physical review letters, 65(14):1749, 1990.
- [94] Eduardo Cabrera, Oscar G Calderón, and JM Guerra. Experimental evidence of antiphase population dynamics in lasers. Physical review. A, 72(4), 2005.
- [95] Alistair J Poustie. Polarization cross saturation in an Er^{3+} -doped fiber ring laser. Optics letters, 20(18):1868–1870, 1995.
- [96] Shyam K Mandre, Wolfgang Elsässer, Ingo Fischer, Michael Peeters, and Guy Verschaffelt. Evolution from modal to spatially incoherent emission of a broad-area vcsel. Optics express, 16(7):4452–4464, 2008.
- [97] Michael Peeters, Guy Verschaffelt, Hugo Thienpont, Shyam Mandre, Ingo Fischer, and Martin Grabherr. Spatial decoherence of pulsed broad-area vertical-cavity surface-emitting lasers. Optics express, 13(23):9337–9345, 2005.
- [98] Stephan Gronenborn, Holger Moench, Michael Miller, Philipp Gerlach, Johanna Kolb, and Peter Loosen. Dynamics of the angular emission spectrum of large-area vcsels. In OPTO, pages 76150I–76150I. International Society for Optics and Photonics, 2010.
- [99] SP Hegarty, G Huyet, JG McInerney, and KD Choquette. Pattern formation in the transverse section of a laser with a large fresnel number. Physical review letters, 82(7):1434, 1999.
- [100] G Huyet, MC Martinoni, JR Tredicce, and S Rica. Spatiotemporal dynamics of lasers with a large fresnel number. Physical review letters, 75(22):4027, 1995.
- [101] I Fischer, O Hess, W Elsässer, and E Göbel. Complex spatio-temporal dynamics in the near-field of a broad-area semiconductor laser. EPL (Europhysics Letters), 35(8):579, 1996.

- [102] F Encinas-Sanz, I Leyva, and JM Guerra. Time resolved pattern evolution in a large aperture laser. Physical review letters, 84(5):883, 2000.
- [103] R Martin, AJ Kent, G D'Alessandro, and G-L Oppo. Feasibility of controlling complex dynamics in multi transverse mode lasers. Optics communications, 127(1):161–170, 1996.
- [104] Yung-Fu Chen, SW Tsai, and SC Wang. High-power diode-pumped q-switched and mode-locked nd: Yvo 4 laser with a cr 4+: Yag saturable absorber. Optics letters, 25(19):1442–1444, 2000.
- [105] Francesco Marino, Stéphane Barland, and Salvador Balle. Single-mode operation and transverse-mode control in vcsls induced by frequency-selective feedback. Photonics Technology Letters, IEEE, 15(6):789–791, 2003.
- [106] LM Osterink and JD Foster. Thermal effects and transverse mode control in a nd: Yag laser. Applied Physics Letters, 12(4):128–131, 1968.
- [107] K Otsuka, JY Ko, H Makino, T Ohtomo, and A Okamoto. Transverse effects in a microchip laser with asymmetric end-pumping: modal interference and dynamic instability. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics, 5(3):R137, 2003.
- [108] Ryoji Kawai, Yoshihiko Miyasaka, Kenju Otsuka, Takayuki Ohtomo, Tatsuro Narita, Jing-Yuan Ko, Ichiro Shoji, and Takunori Taira. Oscillation spectra and dynamic effects in a highly-doped microchip nd: Yag ceramic laser. Optics express, 12(10):2293–2302, 2004.
- [109] Robert W Boyd. Nonlinear optics. Academic press, 2003.
- [110] Kenju Otsuka, Tsong-Shin Lim, Jing-Yuan Ko, and Hironori Makino. Self-induced high-speed modulation in microchip solid-state lasers with asymmetric end pumping. Optics letters, 27(19):1696–1698, 2002.
- [111] Adolf Giesen and Jochen Speiser. Fifteen years of work on thin-disk lasers: results and scaling laws. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, 13(3):598–609, 2007.
- [112] Gordon Craggs, Guy Verschaffelt, Shyam K Mandre, Hugo Thienpont, and Ingo Fischer. Thermally controlled onset of spatially incoherent emission in a broad-area vertical-cavity surface-emitting laser. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, 15(3):555–562, 2009.
- [113] D Kopf, KJ Weingarten, FX Kärtner, and U Keller. Diode-pumped mode-locked nd: glass lasers with an antiresonant fabry-perot saturable absorber. Optics letters, 20(10):1169–1171, 1995.
- [114] B Meziane. Instability hierarchies in self-pulsing lasers. Physical Review A, 48(3):2346, 1993.

- [115] Jayanta Mukherjee and John G McInerney. Spatial mode dynamics in wide-aperture quantum-dot lasers. Physical Review A, 79(5):053813, 2009.
- [116] E Cabrera-Granado, R Aguadé, and JM Guerra. Suppression of order–disorder transition in class b lasers due to inhomogeneously broadened gain with fast cross-relaxation rate. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 11(4):045204, 2009.
- [117] José Manuel Guerra Pérez and Álvaro Tejero Cantero. Física del láser. Alqua, 2004.
- [118] Rüdiger Paschotta. Encyclopedia of laser physics and technology, volume 1. Wiley-vch Berlin, 2008.
- [119] Douglas W Hall, Roger A Haas, William F Krupke, and Marvin J Weber. Spectral and polarization hole burning in neodymium glass lasers. Quantum Electronics, IEEE Journal of, 19(11):1704–1717, 1983.
- [120] G Huyet and JR Tredicce. Spatio-temporal chaos in the transverse section of lasers. Physica D: Nonlinear Phenomena, 96(1):209–214, 1996.
- [121] Albert Durr Edgar. Error diffusion signal processing, March 26 1997. EP Patent 0,516,325.
- [122] CV Raman and NS Nagendra Nath. The diffraction of light by sound waves of high frequency: Part ii. In Proceedings of the Indian Academy of Sciences-Section A, volume 2, pages 413–420. Springer, 1935.
- [123] L Brillouin. Diffusion of light and x-rays by a transparent homogeneous body. Ann. Phys.(Paris), 17:88, 1922.
- [124] P Debye and FW Sears. On the scattering of light by supersonic waves. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 18(6):409, 1932.
- [125] René Lucas, Pierre Biquard, et al. Propriétés optiques des milieux solides et liquides soumis aux vibrations élastiques ultra sonores. J. Phys. Radium, 3(10):464–477, 1932.
- [126] Jieping Xu and Robert Stroud. Acousto-optic devices: principles, design, and applications. Wiley New York, 1992.
- [127] M Delgado-Pinar, D Zalvidea, A Diez, P Pérez-Millán, and M Andres. Q-switching of an all-fiber laser by acousto-optic modulation of a fiber bragg grating. Optics Express, 14(3):1106–1112, 2006.
- [128] SJ Davies, Chris Edwards, GS Taylor, and Stuart B Palmer. Laser-generated ultrasound: its properties, mechanisms and multifarious applications. Journal of Physics D: Applied Physics, 26(3):329, 1993.

- [129] Christopher B Scruby and Leslie E Drain. Laser ultrasonics: techniques and applications. Taylor & Francis, 1990.
- [130] D. F. Nelson and M. Lax. New symmetry for acousto-optic scattering. Phys. Rev. Lett., 24:379–380, Feb 1970.
- [131] WR Klein and Bill D Cook. Unified approach to ultrasonic light diffraction. Sonics and Ultrasonics, IEEE Transactions on, 14(3):123–134, 1967.
- [132] William L Bragg. The diffraction of short electromagnetic waves by a crystal. In Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, volume 17, pages 43–57, 1913.
- [133] David L Hecht. Multifrequency acoustooptic diffraction. Sonics and Ultrasonics, IEEE Transactions on, 24(1):7–18, 1977.
- [134] MG Moharam and L Young. Criterion for bragg and raman-nath diffraction regimes. Applied optics, 17(11):1757–1759, 1978.
- [135] NS Nagendra Nath. The diffraction of light by supersonic waves. In Proceedings of the Indian Academy of Sciences, Section A, volume 8, pages 499–503. Indian Academy of Sciences, 1938.
- [136] P Phariseau. On the diffraction of light by progressive supersonic waves. In Proceedings of the Indian Academy of Sciences-Section A, volume 44, pages 165–170. Springer, 1956.
- [137] L Bergstein and D Kermisch. Image storage and reconstruction in volume holography. In Modern Optics, volume 1, page 655, 1967.
- [138] Ruey-Shi Chu and Theodor Tamir. Guided-wave theory of light diffraction by acoustic microwaves. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, 18(8):486–504, 1970.
- [139] R Magnusson and TK Gaylord. Analysis of multiwave diffraction of thick gratings. JOSA, 67(9):1165–1170, 1977.
- [140] Miguel C Junger and David Feit. Sound, structures, and their interaction, volume 225. MIT press Cambridge, 1986.
- [141] Jan Achenbach. Wave propagation in elastic solids. Elsevier, 2012.
- [142] Karl F Graff. Wave motion in elastic solids. Courier Corporation, 2012.
- [143] Eugene Hecht. Hecht optics. Addison Wesley, 997:213–214, 1998.
- [144] John M Meek and John Drummond Craggs. Electrical breakdown of gases. 1978.
- [145] Friedrich Paschen. Ueber die zum funkenübergang in luft, wasserstoff und kohlenensäure bei verschiedenen drucken erforderliche potentialdifferenz. Annalen der Physik, 273(5):69–96, 1889.

- [146] JS Townsend. Electricity in gases. Journal of the Röntgen Society, 11(44):87–87, 1915.
- [147] Ekram Husain and RS Nema. Analysis of paschen curves for air, n2 and sf6 using the townsend breakdown equation. Electrical Insulation, IEEE Transactions on, (4):350–353, 1982.
- [148] L Shure and T Krauss. spectrogram.m. 1991.
- [149] Sonja Franke-Arnold, Les Allen, and Miles Padgett. Advances in optical angular momentum. Laser & Photonics Reviews, 2(4):299–313, 2008.
- [150] Adrian Schlatter, Simon C Zeller, Rachel Grange, Rüdiger Paschotta, and Ursula Keller. Pulse-energy dynamics of passively mode-locked solid-state lasers above the q-switching threshold. JOSA B, 21(8):1469–1478, 2004.